116624-
116925
ФРК

116.624
ПРОВЕРЕНО
1961 г.

КУРСЪ МАТЕМАТИКИ,

изданный на Французскомъ языкѣ

БЕЛЛАВЕНЕМЪ

для употребленія въ военныхъ школахъ;

Съ Французскаго на Русской языкъ перевелъ,

съ нѣкоторыми перемѣнами и дополненіями,

ИМПЕРАТОРСКАГО *Московскаго Университета Прикладной Математики Профессоръ*

ѲЕДОРЪ ЧУМАКОВЪ.

ЧАСТЬ II.

ГЕОМЕТРІЯ, НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРІЯ, ПЛОСКАЯ И СФЕРИЧЕСКАЯ ТРИГОНОМЕТРІЯ, НИВИЛЛИРОВАНІЕ И ПРАВИЛА СЪЕМКИ ПЛАНОВЪ.

БИБЛІОТЕКА

МОСКВА,
въ типографіи Августа Семена.

1819.

ТАБЛИЦА
ОПРЕДѢЛЕНІЙ И ГЛАВНЫХЪ НАЧАЛЪ.

ГЕОМЕТРІЯ.

Предварительныя понятія.

Пространство занимаемое тѣлами имѣетъ три измѣренія: *длину, ширину и толщину.*

Предѣлы тѣлъ суть *поверхности*, и имѣютъ только два измѣренія: длину и ширину.

Предѣлы поверхностей суть *линіи*, и имѣютъ только одно измѣреніе длину. Предѣлы линіи суть *точки*, не имѣющія ни какого измѣренія. чл. 1.

Прямая линія есть кратчайшій путь отъ одной точки до другой.

Всякая линія не прямая и не составленная изъ прямыхъ есть *кривая*. 3.

Плоскость или *плоская поверхность* есть та, которой прямая линія можетъ приложиться во всѣхъ направленіяхъ.

Всякая поверхность не прямая и не составленная изъ прямыхъ есть *кривая*. 4.

Линія круговая или *окружность круга* есть такая кривая линія, которой всѣ точки, находясь въ одной плоскости равно удалены отъ одной постоянной точки въ сей же плоскости лежащей называемой *центромъ*.

Прямыя измѣряющія разстояніе точекъ окружности отъ центра, наз. *полупоперешниками*.

Кругъ есть часть плоскости ограниченная со всѣхъ сторонъ линіею круговою. 5.

Для опредѣленія всѣхъ точекъ, которыя находятся въ данномъ разстояніи отъ какой нибудь данной точки, должно изъ сей послѣдней, какъ изъ центра полупоперешникомъ равнымъ данному разстоянію описать окружность круга. Чл. 5.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ГЛАВА I.

О линіяхъ прямыхъ и круговыхъ.

Провесть прямую линію. 8.

Мѣрять разстояніе между двумя точками или длину прямой линіи значитъ искать, сколько разъ сія прямая содержитъ въ себѣ другую принятую за мѣру или за единицу. 9.

Уголъ есть отверстіе между двумя прямыми линіями взаимно встрѣчающимися. 10.

Два угла бываютъ равны между собою, когда при наложеніи ихъ одинъ на другой стороны ихъ совпадаютъ. 11.

Линія назыв. *перпендикулярною* къ другой, когда она дѣлаетъ съ нею два смѣжные угла равные; каждый изъ нихъ называется *уголъ прямой*.

Всякой уголъ меньшій прямаго есть *уголъ острый*.

Всякой уголъ большій прямаго есть *уголъ тупой*. 12.

Величина прямаго угла есть постоянная. 13.

Всякая прямая встрѣчаясь съ другою дѣлаетъ съ нею *два угла смѣжные*, коихъ сумма $= 2q$. 14.

Сумма всѣхъ угловъ составленныхъ по одну сторону прямой линіи при одной ея точкѣ $= 2q$. 14

Когда двѣ прямыя линіи взаимно пересѣкаются; тогда *углы при верхѣ противуположные* бываютъ равны между собою. 15.

Сумма всѣхъ угловъ составленныхъ на плоскости при одной точкѣ $= 4q$. 17.

Треугольникъ есть пространство ограниченное тремя прямыми линіями. Чл. 18.

Во всякомъ треугольникѣ одна сторона меньше суммы прочихъ двухъ. 19.

Естьли внутри треугольника возмется какая нибудь точка, и отъ нее къ концамъ одной изъ сторонъ его проведутся прямыя линіи; то сумма сихъ линій будетъ меньше суммы прочихъ двухъ сторонъ сего треугольника. 20.

Два треугольника бываютъ равны между собою во всемъ, когда двѣ стороны и между ими уголъ одного относительно равны двумъ сторонамъ и между ими уголъ другаго. 21.

Или, когда сторона и при ней два угла одного относительно равны сторонѣ и при ней двумъ угламъ другаго. 23.

Естьли двѣ стороны одного треугольника относительно равны двумъ сторонамъ другаго, а углы между ими не равны; то третья сторона противуположная большему углу будетъ больше третей стороны противуположной меньшему углу. 25.

Естьли три стороны одного треугольника относительно равны тремъ сторонамъ другаго; то такіе два треугольника равны между собою и во всемъ прочемъ. 26.

Даны три стороны треугольника порознь начертить его. 27.

Составить на данной прямой линіи при данной на ней точкѣ уголъ равный данному. 28.

Данъ треугольникъ: начертить ему равный, употребляя при семъ черченіи: или двѣ стороны и между ими уголъ даннаго треугольника; или одну сторону и два угла при ней. 29.

О линіяхъ перпендикулярныхъ и наклоненныхъ.

Естьли изъ одной точки, взятой внѣ прямой линіи, проведутся къ сей прямой перпендикуляръ и многія другія прямыя линіи наклоненныя; то 1е перпендикуляръ будетъ короче каждой изъ сихъ наклоненныхъ; 2е тѣ наклоненныя, которыя равно удалены отъ основанія перпендикуляра, будутъ равны между собою; 3е изъ двухъ наклоненныхъ, не равно удаляющихся отъ основанія перпендикуляра, большая будетъ та, которая далѣе отъ него отстоитъ. чл. 31.

Естьли перпендикуляръ падаетъ въ средину прямой линіи, то всякая его точка отъ концовъ сей прямой находится въ равномъ разстояніи; а всякая точка взятая внѣ сего перпендикуляра будетъ находиться отъ тѣхъ концовъ въ разстояніяхъ не равныхъ.

Изъ одной точки взятой внѣ прямой линіи больше одного перпендикуляра на сію линію опустить не льзя.

Отъ одной точки взятой внѣ прямой линіи не льзя провесть къ сей прямой трехъ равныхъ между собою прямыхъ линій.

Равенство треугольниковъ имѣющихъ по углу прямому. 32.

Къ данной прямой провесть перпендикуляръ, который бы дѣлилъ ее по поламъ. 33.

Изъ данной на прямой линіи точки провесть перпендикуляръ къ сей прямой. 34.

Изъ данной точки внѣ прямой линіи опустить на сію прямую перпендикуляръ. 35.

Въ треугольникѣ противъ равныхъ сторонъ лежатъ равные углы, и на оборотъ. 37.

Въ треугольникѣ большей сторонѣ противуполагается большій уголъ, и на оборотъ. 39.

Треугольники, имѣющіе всѣ стороны равныя наз. *равносторонними*; имѣющіе двѣ стороны равныя *равнобедренными*; а имѣющіе всѣ стороны не равныя *разносторонними*. 40.

О линіяхъ параллельныхъ.

Двѣ прямыя въ одной плоскости не встрѣчающіяся наз. *параллельными*. чл. 41.

Естьли прямую линію пересѣкаютъ двѣ другія, одна къ ней перпендикулярная, а другая наклоненная; то первая со второю, по довольномъ продолженіи, непремѣнно встрѣтится. 42.

Двѣ прямыя относительно перпендикулярныя къ другимъ двумъ прямымъ взаимно встрѣчающимся, сами между собою встрѣчаются.

Естьли къ одной изъ двухъ параллельныхъ линій проведется линія перпендикулярная; то она будетъ перпендикулярна и къ другой.

Двѣ прямыя параллельныя одной третей параллельны между собою. 43.

Естьли двѣ параллельныя между собою линіи пересѣкутся третьею прямою линіею; то будетъ: 1е углы алтерніи внутренніе равны между собою; 2е углы алтерніи внѣшніе равны между собою; 3е уголъ внутренній равенъ углу внѣшнему соотвѣтствующему; 4е сумма двухъ угловъ внутреннихъ по одну сторону пересѣкающей линіи лежащихъ $= 2q$; 5е сумма двухъ угловъ наружныхъ и проч. $= 2q$. 44 и 45. И на оборотъ.

Чрезъ данную точку провесть прямую параллельную данной. 46.

Чрезъ данную точку, взятую внѣ данной прямой линіи, провесть другую прямую, которая бы съ первою дѣлала уголъ равный данному. 47.

Углы, коихъ стороны параллельны и отверстія обращены въ одну сторону, равны между собою. 50.

Сумма трехъ угловъ всякаго треугольника равна двухъ прямымъ угламъ.

Внѣшній уголъ треугольника равняется суммѣ двухъ угловъ внутреннихъ противуположныхъ. 51.

Треугольникъ наз. *прямоугольнымъ*, когда имѣетъ одинъ уголъ прямой; *тупоугольнымъ*, когда имѣетъ одинъ уголъ тупой; *остроугольнымъ*, когда всѣ его углы острые. чл. 53.

Части двухъ параллельныхъ линій содержащіяся между другими двумя параллельными линіями равны между собою; и на оборотъ. 54.

Двѣ параллельныя линіи вездѣ равно удалены одна отъ другой. 55.

Прямыя параллельныя между собою и раздѣляющія одну которую нибудь сторону треугольника на части равныя, непремѣнно раздѣлятъ и другую его сторону на такоеже число частей равныхъ между собою, естьли только оныя прямыя параллельны третей сторона. 56.

Когда двѣ стороны треугольника разсѣкутся прямою линіею параллельною третей сторонѣ; то части отъ сего сѣченія произшедшія будутъ пропорціональны, и на оборотъ. 57 и 58.

Къ даннымъ тремъ прямымъ линіямъ сыскать четвертую пропорціональную. 59.

Треугольники наз. *подобными*, когда углы ихъ относительно равны и сходственныя стороны пропорціональны. 60.

Два треугольника, у коихъ углы относительно равны, имѣютъ сходственныя стороны пропорціональныя, и слѣд. они суть подобные. 61.

Они будутъ подобны: 1е когда два угла одного изъ нихъ относительно равны двумъ угламъ другаго.

2е Когда стороны ихъ относительно параллельны.

3е Когда стороны ихъ относительно перпендикулярны.

4е Когда они имѣютъ по одному равному углу содержащемуся между сторонними пропорціональными. 62.

Два треугольника, имѣющіе стороны относительно пропорціональныя, подобны между собою. 63.

На данной прямой начертить треугольникъ подобный данному. 64.

Ежели изъ какой нибудь точки проведутся нѣсколько прямыхъ линій, которыя встрѣчаются съ двумя параллельными линіями; то оныя прямыя разсѣкутся сими параллельными на части пропорціональныя, и сами разсѣкутъ ихъ также на части пропорціональныя. чл. 65.

Раздѣлить данную прямую линію такъ какъ раздѣлена другая прямая линія. 66 и 67.

Начертить маштабъ. 68.

Естьли изъ верха прямаго угла прямоугольнаго треугольника опустится на гипотенузу перпендикуляръ; то 1е сей перпендикуляръ раздѣлитъ треугольникъ на два другіе ему подобные, и слѣд. между собою подобные, 2е онъ будетъ средняя пропорціональная линія между отрѣзками гипотенузы; 3е каждая сторона прямаго угла предложеннаго треугольника будетъ средняя пропорціональная линія между цѣлою гипотенузою и прилежащимъ отрѣзкомъ.

Естьли стороны прямоугольнаго треугольника будутъ отнесены къ одной общей мѣрѣ; то сумма вторыхъ степеней чиселъ выражающихъ стороны прямаго угла, будетъ равна второй степени числа выражающаго гипотенузу. 69.

Во всякомъ треугольникѣ, ежели стороны его будутъ отнесены къ общей мѣрѣ, и слѣд. выражены числами; то квадратъ стороны противуположной острому углу, равняется суммѣ квадратовъ прочихъ двухъ сторонъ безъ удвоеннаго произведенія одной изъ сихъ послѣднихъ на отрѣзокъ ея прилежащій тому острому углу, произшедшій отъ перпендикуляра опущеннаго на нее изъ верха противуположнаго угла. 70.

Въ тупоугольномъ треугольникѣ, естьли всѣ стороны выражены будутъ числами; то квадратъ стороны противуположной тупому углу, равняется суммѣ квадратовъ прочихъ двухъ сторонъ, съ удвоеннымъ произведеніемъ одной изъ сихъ послѣднихъ сторонъ на отрѣзокъ прилежащій тому тупому углу, произшедшій отъ перпендикуляра опущеннаго на продолженіе ея изъ верха противуположнаго угла. 71.

Прямая линія, раздѣляющая въ какомъ нибудь треугольникѣ уголъ на двѣ равныя части, разсѣкаетъ противуположную сторону на двѣ части пропорціональныя прилежащимъ сторонамъ того угла. ч.л. 72.

О многоугольникахъ.

Углы *исходящіе* и *входящіе* многоугольника. 73.

Многоугольникъ раздѣляется діагоналами на столько треугольниковъ, сколько въ немъ находится сторонъ безъ двухъ. 74.

Сумма внутреннихъ угловъ многоугольника равна произведенію $2q$ на число сторонъ безъ 2. 75.

Сумма наружныхъ угловъ всякаго многоугольника $= 4q$. 76.

Многоугольникъ опредѣляется и можетъ быть начерченъ, когда въ немъ извѣстны всѣ стороны, кромѣ одной, и углы сими извѣстными сторонами содержимые. 77 и 78.

Параллелограмъ есть четыреугольникъ имѣющій противуположныя стороны параллельныя; онъ наз. *прямоугольникомъ*, естьли углы его прямые.

Діагоналъ раздѣляетъ параллелограммъ на два равные треугольника.

Противуположныя стороны параллелограмма равны между собою; и на оборотъ.

Ромбъ есть параллелограммъ имѣющій стороны равныя.

Квадратъ есть параллелограммъ имѣющій углы прямые и стороны равныя.

Трапеція есть четыресторонникъ имѣющій двѣ противуположныя стороны параллельныя. 79.

Два діагонала параллелограмма взаимно дѣлятся по поламъ. 80.

Подобными многоугольниками наз. тѣ, у коихъ углы относительно равны и сходственныя стороны пропорціональны. 81.

Два многоугольника будутъ подобные, когда они состоятъ изъ одинакаго числа треугольниковъ по-

добныхъ и подобнымъ образомъ расположенныхъ; и на оборотъ. ч.л. 82 и 83.

На данной прямой начертить многоугольникъ подобный данному. 84.

Естьли въ двухъ подобныхъ многоугольникахъ проведутся двѣ прямыя линіи, которыя въ томъ и другомъ располагаются одинакимъ образомъ; то онѣ будутъ пропорціональны сходственнымъ сторонамъ многоугольниковъ. 85.

Периметры подобныхъ многоугольниковъ содержатся между собою, какъ сходственныя стороны ихъ. 86.

О прямыхъ линіяхъ разсматриваемыхъ въ кругѣ.

Дуга есть часть окружности.

Хорда дуги есть прямая линія соединяющая концы ея.

Поперешникъ есть хорда проходящая чрезъ центръ круга; онъ есть двойной полупоперешникъ.

Всякая прямая пересѣкающая окружность есть *секансъ*.

Касательная линія къ окружности есть линія прямая, имѣющая съ окружностію только одну точку общую.

Часть круга содержащаяся между двумя полупоперешниками и дугою ихъ стягивающею есть *секторъ* или *вырѣзокъ круга*.

Часть круга содержащаяся между хордою и соотвѣтствующею ей дугою есть *сегментъ* или *отрѣзокъ круга*. 87.

Поперешникъ круга больше всякой хорды въ томъ же кругѣ проведенной.

Поперешникъ раздѣляетъ окружность и кругъ на двѣ равныя части.

Два круга описанные однимъ и тѣмъ же или равными полупоперешниками равны между собою. 88.

Естьли, при наложеніи какой нибудь дуги круга на дугу того же круга, или описаннаго тѣмъ же полупоперешникомъ, двѣ точки одной дуги упадаютъ на другую и притомъ выпуклости ихъ обращены къ одной сторонѣ; то обѣ сіи дуги въ общемъ ихъ пространствѣ совмѣщаются. чл. 89.

Въ одномъ кругѣ или въ двухъ кругахъ, описанныхъ тѣмъ же полупоперешникомъ равнымъ хордамъ соотвѣтствуютъ равныя дуги; и на оборотъ. 90.

Въ одномъ кругѣ или въ равныхъ кругахъ большей дугѣ соотвѣтствуетъ большая хорда; и на оборотъ. 91.

Даны двѣ дуги одного или равныхъ круговъ: найти отношеніе между ихъ длинами. 92.

Перпендикуляръ воставленный на концѣ полупоперешника круга при окружности его, есть касательная линія къ сей окружности; и на оборотъ. 93.

Полупоперешникъ перпендикулярный къ хордѣ проходитъ чрезъ средину сей хорды и чрезъ средину дуги ей соотвѣтствующей. 94 и 95.

Дуги, содержащіяся въ одномъ кругѣ между параллельными хордами или между касательною линіею и хордою ей параллельною, равны между собою. 96.

Два угла находятся между собою въ отношеніи дугъ, содержащихся между ихъ сторонами и описанныхъ изъ верховъ равными полупоперешниками. 97.

Смыслъ выраженія: *уголъ измѣряется дугою содержащеюся между его сторонами и описанною изъ верха его.* 97 и 98.

Уголъ, имѣющій верхъ на окружности, измѣряется половиною дуги содержащейся между его сторонами. 99, 100 и 101.

На концѣ данной прямой линіи воставить перпендикуляръ не продолжая ее. 102.

Чрезъ данную точку провесть касательную линію къ окружности даннаго круга. 103.

Уголъ, коего верхъ находится въ кругѣ, между центромъ его и окружностію, измѣряется полъ-суммою дугъ содержащихся между его сторонами и ихъ продолженіями. 104.

Уголъ, коего верхъ находится внѣ круга, а стороны его суть секансы, измѣряется полъ-разностію дугъ, содержащихся между его сторонами. чл. 105.

Чрезъ три точки, не въ прямой линіи лежащія, большее одной окружности описать не льзя. 106 и 107.

Двѣ окружности, проходящія чрезъ одну точку прямой линіи соединяющей ихъ центры, имѣютъ только одну сію точку общую, и слѣд. онѣ суть касательныя между собою въ сей точкѣ; и на оборотъ. 108.

Описать окружность, которая бы касалась прямой линіи извѣстнаго положенія въ данной точкѣ и проходила бы чрезъ другую данную точку. 109.

Описать окружность, которая бы касалась въ данной точкѣ другой данной окружности и сверхъ того проходило бы чрезъ нѣкоторою данною точку. 110.

На данной прямой описать кругъ такой, чтобъ всѣ углы имѣющіе верхи свои на окружности въ одномъ и томъ же сегментѣ и сторонами своими на оную прямую опирающіеся, были равны данному углу. 111.

Два секанса, идущіе отъ одной точки до вогнутой части окружности, находятся между собою въ обратномъ содержаніи своихъ наружныхъ частей. 112

Естьли изъ одной точки взятой внѣ круга проведутся секансъ и касательная линія; то сія касательная будетъ средняя пропорціональная линія между цѣлымъ секансомъ и его наружною частію. 113.

Части двухъ хордъ, пересѣкающихся въ кругѣ, обратно пропорціональны. 114, 115 и 116.

Къ даннымъ двумъ прямымъ линіямъ сыскать среднюю пропорціональною. 117.

Раздѣлить данную прямую въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. 118.

Въ полкругѣ вторыя степени длины хордъ проведенныхъ отъ одного конца поперешника, пропорціональны отрѣзкамъ заключающимся между общимъ началомъ хордъ и перпендикулярами опущенными съ концевъ ихъ на поперешникъ. 119.

О многоугольникахъ вписанныхъ въ кругѣ и описанныхъ около круга.

Около всякаго треугольника окружность описать можно. чл. 120.

Въ данномъ треугольникѣ вписать кругъ. 121.

Всякой правильный многоугольникъ можно вписать въ кругѣ и описать около круга. 123.

Углы, составленные полупоперешниками проведенными отъ центра многоугольника къ каждому изъ его угловъ, называются *углами при центрѣ* и каждый изъ нихъ равенъ четыремъ прямымъ угламъ раздѣленнымъ на число сторонъ многоугольника. 124.

Правильные многоугольники одинакого числа сторонъ суть подобные; периметры ихъ содержатся между собою, какъ полупоперешники круговъ вписанныхъ или описанныхъ. 125.

Правильный многоугольникъ какого нибудь числа сторонъ вписанъ въ кругѣ; вписать въ томъ же кругѣ другой многоугольникъ правильный, который бы имѣлъ сторонъ вдвое больше перваго и найти величину одной изъ нихъ. 126.

Всякой прямоугольникъ можно вписать въ кругѣ. 127.

На данный прямой начертить квадратъ. 128.

Сторона правильнаго шестиугольника равняется полупоперешнику круга описаннаго. 130.

Сторона правильнаго десятиугольника равняется большей части полупоперешника круга описаннаго раздѣленнаго въ крайнемъ и среднемъ отношеніи. 131.

Въ кругѣ вписанъ правильный многоугольникъ какого нибудь числа сторонъ; описать около того же круга правильный многоугольникъ такого же числа сторонъ; и на оборотъ. 133.

По данной сторонѣ многоугольника вписаннаго опредѣлить сторону многоугольника описаннаго имѣющаго тоже число сторонъ. 134.

При увеличиваніи числа сторонъ многоугольниковъ вписанныхъ и описанныхъ периметры первыхъ увеличиваются, а другихъ уменьшаются; слѣд. окружность круга есть *предѣлъ* тѣхъ и другихъ периметровъ. чл. 145 и 146.

Естьли два постоянные величины таковы, что разность ихъ меньше, нежели какая нибудь третья величина, какъ бы сія послѣдняя мала ни была; то оныя двѣ величины равны между собою. 147.

Окружности круговъ находятся между собою въ отношеніи ихъ полупоперешниковъ или поперешниковъ. 148.

Отношеніе окружности къ поперешнику, по *Архимеду*, 7 : 22; по *Мецію*, 113 : 355, по *Цейлену* 100 : 314. 149.

Дана хорда какой нибудь дуги, найти хорду ея половины.

Данъ периметръ правильнаго многоугольника вписаннаго въ извѣстномъ кругѣ; найти периметръ подобнаго многоугольника описаннаго около сего же круга. 150.

ГЛАВА II.

О пространствахъ ограниченныхъ линіями прямыми и круговою.

Площадь есть поверхность разсматриваемая относительно ея величины. 151.

Парелограммы имѣющіе равныя основанія и равныя высоты въ площадяхъ равны между собою. 153.

Всякой треугольникъ есть половина параллелограмма одного съ нимъ основанія и одной высоты. 154.

Данный многоугольникъ обратить въ другой равный съ нимъ площадью, но у котораго бы сторонъ было одной меньше противъ даннаго. 156.

Два прямоугольника равныхъ высотъ содержатся между собою, какъ ихъ основанія; и на оборотъ. 157.

Два какія нибудь прямоугольника находятся между собою, какъ произведенія ихъ основаній на высоты. 158 и 159.

Площадь параллелограмма равняется произведенію его основанія на высоту. чл. 160.

Площадь треугольника равняется произведенію его основанія на половину высоты. 161.

Площадь трапеціи равняется произведенію ея высоты на полсумму параллельныхъ основаній. 163.

Площадь правильнаго многоугольника равняется половинѣ произведенія изъ его периметра на апотему. 164.

Естьли три величины таковы, что первая изъ нихъ будучи перемѣнною, но всегда большею нежели каждая изъ двухъ прочихъ, которыя суть величины постоянныя, можетъ къ обѣимъ приближиться въ одно время столько близко, сколько угодно; то сіи двѣ величины равны между собою. 165.

Площадь круга равняется половинѣ произведенія его окружности на полупоперешникъ. 166.

Площадь круговаго сектора равняется произведенію его дуги на половину полупоперешника. 167.

О сравненіи площадей подобыхъ многоугольниковъ.

Площади подобныхъ многоугольниковъ содержатся между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ. 168.

Квадратъ составленный на гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника равняется суммѣ квадратовъ составленныхъ на прочихъ двухъ сторонахъ. 169.

Естьли въ какомъ нибудь треугольникѣ изъ вершины его въ средину основанія проведется прямая линія; то удвоенная сумма квадратовъ сей прямой и половины основанія будетъ равна суммѣ квадратовъ двухъ прочихъ сторонъ. 172.

Площади круговъ содержатся между собою, какъ квадраты ихъ полупоперешниковъ или поперешниковъ. 173.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ГЛАВА I.

О сопряженіи плоскостей съ прямыми линіями и плоскостями.

Прямая линія будетъ перпендикулярна къ плоскости, когда она такова къ двумъ прямымъ проходящимъ чрезъ ее основаніе въ сей же плоскости. чл. 175.

Естьли три прямыя линіи перпендикулярны къ одной четвертой при одной и той же точкѣ, то оныя три прямыя находятся въ одной плоскости, перпендикулярные къ сей послѣдней. 176.

Чрезъ одну точку, взятую внѣ плоскости или на плоскости, больше одной перпендикулярной линіи къ сей плоскости провесть не льзя; чрезъ одну точку прямой линіи больше одной плоскости перпендикулярной къ сей прямой провесть не льзя. 177.

Наклоненныя линіи, которыя равно удаляются отъ перпендикуляра къ плоскости, равны между собою; тѣ наклоненныя, которыя болѣе удаляются, длиннѣе, и слѣд. перпендикуляръ короче каждой изъ сихъ наклоненныхъ. 178.

Естьли изъ какой нибудь точки прямой линіи наклоненной къ плоскости опустится на сію плоскость перпендикуляръ, и точки встрѣчи перпендикуляра и наклоненной соединятся прямою линіею, потомъ къ сей послѣдней проведется въ упомянутой плоскости перпендикуляръ; то онъ будетъ перпендикуляромъ и къ наклоненной линіи. 179.

Прямая находящаяся внѣ плоскости, но параллельная какой нибудь прямой линіи проведенной въ сей плоскости, не встрѣчается съ сею послѣднею, какъ бы далеко продолжена ни была, и въ тоже время параллельна всякой прямой проведенной въ сей же плоскости параллельно съ первою линіею. 180.

Углы находящіеся въ разныхъ плоскостяхъ, но имѣющіе стороны относительно параллельныя и верхи обращенныя къ одной сторонѣ, равны между собою. чл. 182.

Наклоненіе двухъ плоскостей взаимно встрѣчающихся наз. *плоскостнымъ угломъ.* 183.

Мѣра плоскостнаго угла есть плоскій уголъ составленный двумя прямыми линіями проведенными на сторонахъ его перпендикулярно къ общему ихъ сѣченію чрезъ одну точку сей линіи. 184.

Плоскость, проходящая по прямой линіи перпендикулярной къ другой плоскости, перпендикулярна къ сей послѣдней. 185.

Естьли чрезъ какую нибудь точку общаго сѣченія двухъ плоскостей взаимно перпендикулярныхъ проведется къ одной изъ нихъ линія перпендикулярная; то она непремѣнно будетъ находиться въ другой плоскости. 186.

Взаимное сѣченіе двухъ плоскостей перпендикулярныхъ къ одной третей есть линія перпендикулярная къ сей послѣдней. 187.

Прямая линія, проведенная въ какой нибудь плоскости перпендикулярно къ взаимному сѣченію ея съ другою плоскостію къ ней перпендикулярною, перпендикулярна къ сей послѣдней. 188.

Двѣ прямыя линіи перпендикулярныя къ одной и той же плоскости суть линіи параллельныя между собою; и на оборотъ. 189.

Двѣ плоскости перпендикулярныя къ одной и той же прямой линіи не могутъ встрѣчаться, и слѣд. параллельны между собою. 190 и 191.

Естьли двѣ параллельныя плоскости пересѣкаются третею плоскостію; то сѣченія ихъ суть линіи параллельныя. 192.

Естьли двѣ прямыя линіи, взаимно пересѣкающіяся, относительно параллельны другимъ двумъ прямымъ взаимно пересѣкающимся; то плоскость опредѣляемая первыми двумя прямыми, будетъ параллельна плоскости опредѣляемой другими двумя прямыми. чл. 194.

Двѣ прямыя линіи содержащіяся между двумя параллельными плоскостями разсѣкаются третею плоскостію параллельною двумъ первымъ на части пропорціональныя. 195.

Три или болѣе плоскости проходя чрезъ одну точку и взаимно встрѣчаясь составляютъ неограниченное пространство, называемое *толстымъ* или *многогранным* угломъ. 196.

Сумма каждыхъ двухъ плоскихъ угловъ составляющихъ трегранный уголъ больше третьяго. 197.

Естьли два трегранные угла составлены изъ плоскихъ угловъ относительно равныхъ и одинакимъ образомъ расположенныхъ; то сходственные плоскостные углы будутъ также равны между собою, и такіе трегранные углы одинъ въ другомъ совершенно положиться могутъ. 198.

Сумма плоскихъ угловъ, составляющихъ многогранный уголъ исходящій, меньше четырехъ прямыхъ угловъ. 200.

О тѣлахъ ограниченныхъ плоскостями.

Пространство ограниченное многими плоскостями назыв. *многогранникомъ.*

Пространство ограниченное четырью плоскостями назыв. *тетраедромъ.*

Всякое тѣло, у котораго одна изъ сторонъ есть какой нибудь многоугольникъ, а прочія суть треугольники, имѣющіе общій верхъ, наз. *пирамида.*

Призмою наз. тѣло, у котораго двѣ противуположныя стороны суть многоугольники равно-подобные и параллельные, которые именуются *основаніями* призмы, а прочія суть параллелограммы.

Перпендикуляръ, опущенный изъ какой нибудь точки одного основанія на другое, есть высота призмы.

Призма, имѣющая основаніемъ параллелограммъ, наз. *параллелипипедъ.*

Кубъ или правильный шестигранникъ есть параллелипипедъ, котораго всѣ стороны суть квадраты.

Діагоналомъ многранника называется прямая линія соединяющая верхи толстыхъ угловъ его несмѣжныхъ. чл. 201.

Противуположныя стороны параллелипипеда равны между собою, и діагоналы проведенные отъ вершинъ трегранныхъ угловъ взаимно разсѣкаются по поламъ. 202.

Естьли трегранные углы двухъ тетраедровъ составлены изъ треугольниковъ равныхъ и одинаково расположенныхъ; то сіи тетраедры будутъ равны между собою во всемъ; они будутъ таковы же еще тогда, когда двѣ стороны одного изъ нихъ относительно равны двумъ сторонамъ другаго такимъ же образомъ расположеннымъ и составляющимъ между собою таковый же плоскостный уголъ. 203.

Естьли трегранные углы двухъ призмъ составлены изъ многоугольниковъ равныхъ и одинаково расположенныхъ; то сіи призмы равны между собою во всемъ. 204.

Подобными многогранниками называются тѣ, коихъ стороны, при одинакомъ ихъ числѣ, суть многоугольники подобные и подобнымъ образомъ расположенные, притомъ составляютъ между собою плоскостные углы относительно равные. 205.

Естьли треугольники, составляющіе два сходственные трегранные угла двухъ тетраедровъ относительно подобны и подобнымъ образомъ расположены; то сіи тетраедры между собою подобны; они будутъ таковы же еще тогда, когда двѣ стороны одного составляютъ между собою такой же уголъ, какой двѣ стороны другаго, притомъ когда стороны сіи относительно подобны и соединенны ребрами сходственными. 206.

Двѣ пирамиды будутъ подобны, когда всѣ ихъ стороны относително подобны и подобно расположены. 207 и 208.

Основанія подобныхъ пирамидъ относятся между собою какъ квадраты сходственныхъ ребръ и какъ

квадраты перпендикуляровъ опущенныхъ изъ верховъ на основанія. чл. 209.

Сѣченія, сдѣланныя въ равныхъ разстояніяхъ отъ верховъ въ двухъ какихъ нибудь пирамидахъ, находятся между собою въ постоянномъ отношеніи. 210.

Два многогранника, составленные изъ равнаго числа пирамидъ относительно подобныхъ и подобнымъ образомъ расположенныхъ, подобны между собою. 211.

Два подобные многогранника могутъ раздѣлиться на равное число тетраедровъ подобныхъ и подобнымъ образомъ расположенныхъ. 212.

Сходственныя ребра подобныхъ многогранниковъ, діагоналы сходственныхъ граней и діагоналы внутренніе многогранниковъ пропорціональны. 213.

Поверхности подобныхъ многогранниковъ находятся между собою въ отношеніи квадратовъ сходственныхъ реберъ. 215.

О измѣреніи толщины призмъ и пирамидъ.

Пространство занимаемое тѣломъ называется его *толщиною*. 216.

Два параллелипипеда одинакого основанія и одинакой высоты равны между собою въ толщинахъ. 217.

Два параллелипипеда прямоугольные, имѣющіе одно основаніе, содержатся между собою, какъ ихъ высоты; а имѣющіе равныя высоты содержатся какъ ихъ основанія. 218 и 219.

Два какіе нибудь параллелипипеда прямоугольные содержатся между собою, какъ произведенія ихъ основаній на высоты, или какъ произведенія ихъ трехъ измѣреній. 220.

Параллелипипедъ діагональною плоскостію раздѣляется на двѣ равныя трестороннія призмы. 222.

Трестороннія призмы, стоящія на равныхъ основаніяхъ и имѣющія равныя высоты въ толщинахъ равны между собою. 223.

Толщина всякой призмы равняется произведенію ея основанія на высоту. чл. 224.

Два тетраедра, стоящіе на основаніяхъ въ площадяхъ равныхъ и имѣющіе высоты равныя, въ толщинахъ равны между собою. 225.

Тресторонная пирамида равняется толщиною третьей части толщины тресторонной призмы, имѣющей съ нею одно основаніе и одну высоту. 226.

Всякая тресторонная пирамида усѣченная, полагая сѣкущую плоскость параллельною съ основаніемъ, равна толщиною тремъ пирамидамъ, имѣющимъ общую высоту съ усѣченною пирамидою, а основаніями одна нижнее основаніе, другая верхнее, а третья среднее пропорціональное между сими двумя. 227.

Естьли тресторонная призма разсѣчется плоскостію наклоненною къ основанію; то оставшееся тѣло будетъ равно толщиною тремъ пирамидамъ, имѣющимъ основаніе одно съ призмою, а вершины въ углахъ сѣченія. 228.

Два подобные многогранника содержатся между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ реберъ. 230.

ГЛАВА II.

О сопряженіи поверхности конической цилиндрической и сферической съ прямыми линіями и плоскостями, или о тѣлахъ круглыхъ.

Прямой конусъ происходитъ отъ обращенія прямоугольнаго треугольника около одной изъ сторонъ прямаго угла.

Отсюда слѣдуетъ что сѣченіе конической поверхности сдѣланное плоскостію параллельною основанію есть кругъ; а сѣченіе по оси есть треугольникъ. 231.

Прямой цилиндръ происходитъ отъ обращенія прямоугольника около одной изъ своихъ сторонъ, которая называется *осью*. 233.

Шаръ есть тѣло произведенное обращеніемъ полкруга около его поперешника. чл. 234.

Сѣченіе шара какою нибудь плоскостію есть кругъ; естьли сія плоскость проходитъ чрезъ центръ то сѣченіе называется *большимъ кругомъ*; въ противномъ случаѣ оно именуется *малымъ кругомъ*. 235.

Два большіе круга шара взаимно пересѣкаются на двѣ равныя части. 237.

Часть поверхности шара содержимая тремя дугами большихъ круговъ называется *сферическимъ треугольникомъ*. 238.

Кратчайшее разстояніе между двумя точками на поверхности шара есть дуга большаго круга, соединяющая сіи двѣ точки. 239.

Уголъ который дѣлаютъ между собою двѣ дуги большихъ круговъ равняется углу, составленному касательными линіями сихъ дугъ проведенными отъ верха угла. 240.

Всякая плоскость перпендикулярная къ полупоперешнику при поверхности шара, есть касательная къ шару. 241.

О измѣреніи поверхностей и толщины круглыхъ тѣлъ.

Поверхность прямаго конуса имѣетъ мѣрою половину произведенія окружности его основанія на его сторону. 242, 243 и 244.

Поверхность усѣченнаго конуса, когда сѣченіе сдѣлано параллельно основанію, имѣетъ мѣрою половину произведенія изъ суммы окружностей обоихъ его основаній на его сторону. 245.

Толщина конуса имѣетъ мѣрою треть произведенія изъ площади его основанія на высоту. 246 — 249.

Толщина усѣченнаго конуса равняется тремъ конусамъ цѣлымъ имѣющимъ одну высоту съ конусомъ усѣченнымъ, а основаніями первый нижнее основаніе усѣченнаго конуса, другой верхнее, а третій среднее пропорціональное между сими двумя основаніями. 250.

Выпуклая поверхность прямаго цилиндра имѣетъ мѣрою произведенiе окружности его основанiя на высоту. чл. 251 — 253.

Толщина прямаго цилиндра имѣетъ мѣрою произведенiе площади его основанiя на высоту. 254 — 257.

Поверхность шара равняется произведенiю поперешника на окружность большаго круга. 258 и 259.

Толщина шара равняется произведенiю его поверхности на треть полупоперешника.

Толщина сферическаго вырѣзка равняется его случающему основанiю умноженному на трѣть полупоперешника. 261.

Толщина сферическаго отрѣзка, произведеннаго обращенiемъ полуотрѣзка большаго его круга, равняется толщинѣ цилиндра, имѣющаго полупоперешникомъ основанiя высоту сего отрѣзка, а высотою полупоперешникъ шара безъ одной трети высоты отрѣзка. 262.

Толщина сферическаго отрѣзка, содержащагося между двумя параллельными основанiями, имѣетъ мѣрою сумму произведенiя полсуммы сихъ основанiй на ихъ разстоянiе и толщины шара, имѣющаго поперешникомъ сiе разстоянiе. 263.

О сравненiи круглыхъ тѣлъ.

Подобными круглыми тѣлами называются тѣ, которые производятся фигурами подобными. 264.

Поверхности подобныхъ конусовъ содержатся между собою, какъ квадраты сторонъ сихъ конусовъ; а толщины ихъ, какъ кубы сихъ сторонъ. 265.

Поверхности подобныхъ цилиндровъ содержатся между собою, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ; а толщины — какъ кубы сихъ сторонъ. 266.

Поверхности двухъ шаровъ содержатся между собою, какъ квадраты ихъ полупоперешниковъ или поперешниковъ; а толщины — какъ кубы сихъ линiй. 267.

Шаръ составляетъ двѣ трети цилиндра около его описаннаго. 268.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРIЯ.

ГЛАВА I.

Главныя основанiя и задачи.

Точка въ пространствѣ опредѣляется ея разстоянiями отъ трехъ извѣстныхъ плоскостей.

Квадратъ разстоянiя какой нибудь точки въ пространствѣ отъ точки, въ которой плоскости координатъ взаимно встрѣчаются подъ углами прямыми, равняется суммѣ квадратовъ разстоянiй оной точки отъ каждой изъ сихъ плоскостей. чл. 275.

Положенiе прямой линiи въ пространствѣ опредѣляется ея проложенiями на плоскостяхъ координатъ.

Оба проложенiя одной и той же точки находятся на прямой линiи перпендикулярной къ взаимному сѣченiю двухъ плоскостей проложенiя. 276.

Плоскость опредѣляется ея *слѣдами* на каждой изъ плоскостей проложенiя. 278.

Даны двѣ плоскости непараллельныя; найти проложенiя ихъ взаимнаго сѣченiя. 279.

Найти проложенiя прямой линiи проходящей чрезъ двѣ данныя точки. 280.

Проложенiя двухъ прямыхъ, параллельныхъ въ пространствѣ, параллельны между собою въ каждой плоскости проложенiя 281.

Чрезъ данную точку провесть линiю параллельную данной прямой. 282.

Найти взаимное сѣченiе плоскости съ прямою линiею. 283.

Дана плоскость; найти для каждой ея точки высоту надъ горизонтальною плоскостiю координатъ. 284.

Опредѣлить уголъ, который дѣлаетъ какая нибудь прямая линія съ одною изъ плоскости координатъ. чл. 285.

Найти уголъ, который данная плоскость дѣлаетъ съ каждою изъ плоскостей координатъ. 286.

Чрезъ данную точку провесть плоскость параллельную другой данной плоскости. 287.

Естьли прямая линія перпендикулярна къ плоскости, то слѣдъ сей плоскости и проложеніе оной прямой на каждой плоскости координатъ будутъ перпендикулярны одинъ къ другому. 288.

Чрезъ данную точку провесть прямую перпендикулярную данной плоскости. 289.

Чрезъ данную точку провесть плоскость перпендикулярную данной прямой. 290.

Чрезъ три данныя точки провесть плоскость. 291.

Даны въ пространствѣ двѣ непараллельныя линіи, провесть по одной изъ нихъ плоскость параллельную другой, и измѣрить кратчайшее разстояніе сихъ двухъ линій. 292.

По даннымъ тремъ плоскимъ угламъ, составляющимъ толстый уголъ, найти плоскимъ строеніемъ, уголъ, который дѣлаютъ между собою сіи двѣ плоскости.

По даннымъ двумъ изъ трехъ плоскихъ угловъ, составляющихъ трех-гранный уголъ, и плоскостному углу ихъ плоскостями составленному найти третій плоской уголъ. 293.

ГЛАВА II.

О плоскостяхъ касательныхъ къ кривымъ поверхностямъ.

Плоскость касательная къ какой нибудь кривой поверхности есть такая плоскость, которая содержитъ всѣ касательныя линіи, какія можно провесть къ сей поверхности чрезъ точку касанія. 294.

Плоскость касательная къ цилиндру. 295.

Плоскость касательная къ конусу. 296.

Плоскость касательная къ шару. 297.

О УРАВНЕНІИ

ИЛИ НИВЕЛЛИРОВАНІИ.

ГЛАВА I.

Теорія.

Двѣ или многія точки равно удалены отъ центра земли, или находятся на одномъ горизонтѣ, когда онѣ принадлежатъ одной сферической поверхности параллельной поверхности стоячихъ водъ. чл. 298.

Горизонтъ какого нибудь мѣста есть плоскость касательная къ поверхности земли, проходящая чрезъ сіе мѣсто. 298.

Линія вертикальная есть продолженіе земнаго полупоперешника, который всегда перпендикуляренъ горизонту. 298.

Лучь зрѣнія горизонтальный называется *линія видимаго равенства*; а всякая земная дуга есть *линія истиннаго равенства*. 299.

Высоты видимаго равенства надъ равенствомъ истиннымъ находятся между собою почти какъ квадраты соотвѣтствующихъ касательныхъ линій, или какъ квадраты дугъ. 300.

Видимою точкою или *точкою цѣли* называется одна изъ видимыхъ точекъ тѣла, на которое направленъ лучь зрѣнія. 301.

ГЛАВА II.

Приложеніе.

Уровень водяной есть перегнутая съ обѣихъ концахъ трубка жестяная или другаго какого нибудь металла, въ которую вставливаются стеклянные трубки и наполняются водою почти до двухъ третей. чл. 302.

Цѣль есть квадратная доска изъ картону или изъ бѣлой жести сдѣланная, раздѣленная горизонтальною линіею на двѣ равныя части; изъ нихъ одна должна быть *бѣлая* а другая *черная*. 303.

Нивеллированіе простое опредѣляетъ изъ одного мѣста разность высоты двухъ точекъ. 304. 305 и 306.

Когда нивеллированіе двухъ точекъ производится посредствомъ нѣсколькихъ простыхъ нивеллированій, тогда оно называется *сложнымъ*. 307.

ТРИГОНОМЕТРІЯ.

ГЛАВА I.

Главныя основанія.

Предметъ Тригонометріи состоитъ въ опредѣленіи трехъ изъ шести частей треугольника, когда извѣстны три другія, между которыми находятся по крайней мѣрѣ одна сторона. 308.

Четверть окружности $= 90°$ или $100°$.

По сему прямой уголъ $= 90°$ или $100°$.

Дополненіемъ угла или дуги до четверти окружности есть разность между четвертію окружности и симъ угломъ или сею дугою.

Тоже разумѣть должно о *дополненіи* угла или дуги до полуокружности.

Синусъ дуги есть перпендикуляръ опущенный изъ одного ея конца на полупоперешникъ проведенный къ другому концу.

Косинусъ дуги есть синусъ ея дополненія до четверти окружности.

Тангенсъ дуги есть перпендикуляръ къ полупоперешнику продолженный до встрѣчи съ *секансомъ*.

Секансъ дуги есть продолженный полупоперешникъ до тангенса. чл. 309.

Синусъ какой нибудь дуги есть половина хорды соотвѣтствующей двойной дугѣ.

Квадратъ полупоперешника равенъ суммѣ квадратовъ синуса и косинуса одной дуги.

Тангенсъ какой нибудь дуги равенъ полупоперешнику умноженному на синусъ и раздѣленному на косинусъ той же дуги.

Секансъ какой нибудь дуги равенъ квадрату полупоперешника раздѣленному на косинусъ сей дуги. 310.

Синусъ суммы или разности двухъ дугъ равенъ произведенію синуса первой дуги на косинусъ второй плюсъ или минусъ произведеніе синуса второй на косинусъ первой, и все раздѣленное на полупоперешникъ.

Косинусъ суммы или разности двухъ дугъ равенъ произведенію ихъ конусовъ, минусъ или плюсъ произведеніе ихъ синусовъ, и все раздѣленное на полупоперешникъ. 311.

Суммы синусовъ двухъ дугъ содержится къ разности сихъ синусовъ, какъ тангенсъ полсуммы тѣхъ же дугъ къ тангенсу ихъ пол-разности. 312.

Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ полупоперешникъ содержится къ синусу одного изъ острыхъ угловъ, какъ гипотенуса къ сторонѣ противуположной сему углу. 314.

ГЛАВА II.

Описаніе и употребленіе инструментовъ служащихъ для измѣренія угловъ и линій.

ГЛАВА III.

Приложенія.

СЪЕМКА ПЛАНОВЪ.

КОНЕЦЪ ТАБЛИЦЪ.

ПОГРѢШНОСТИ.

Стрн.	Строк.	*Напечатано.*	*Читай.*
10	7 сниз.		(чер. 6)
13	6	DC	CE
17	5 сниз.		(чер. 15)
21	13 сниз.	пространство	разстоянія
28	16	AGF	AGE.
29	1	MO	MH
30	12	BCA	ABC
34	14		(чер. 36)
40	15	(чер. 41)	(чер. 41*)
43	8 сниз.	*ba*	*bu*
—	10 сниз.	*am*	*ab*
45	13	*числами,*	*числами, то*
—	19	*опущенная*	*опущеннаго*
46	3 сниз.		(чер. 46)
52	12	равны	параллельны
54	13 и 14	*треугольникъ*	*многоугольникъ*
—	21 и 22	*треугольникахъ*	*многоугольникахъ*
60	1 сниз.	на хордуу, падетъ	на хорду, упадетъ
61	10	BE	DE
66	3	полупоперешникъ	поперешникъ
73	4	D'O	DO'
84	13 сниз.	(чер. 52)	(чер. 85)
92	4	послѣ чл. 134 надлежалобы слѣдовать чл. 135; но ошибкою поставленъ 145; однакожъ пропуску нѣтъ.	
123	12 сниз.	*Перпендикулярно*	*перпендикулярно къ CE*
126	13	*опредѣляемыми*	*опредѣляемой*
135	13	плоскіе	плоскостные
156	1 сниз.	$\left(\frac{AD \times CF \times BC}{3}\right)$	$\left(\frac{AD + CF + BC}{3}\right)$
158	15	они	ихъ
177	4 сниз.		(чер. 143)
181	3 сниз.	SADB и SA'D'B'	SAB и SA'B'