Журнал «Начальная школа» , 2010 г. № 5 (стр.

Методика изучения темы «Градусная мера угла. Измерение углов» в начальном математическом образовании

Величина - одно из основных понятий курса математики начальных классов. Его важной задачей является формирование у младших школьников представлений о величине как *свойстве* физических тел и явлений, которые проявляются при их сравнении и могут быть измерены, то есть количественно оценены. Например, геометрические фигуры можно сравнивать и при сравнении проявляется свойство *занимать место на плоскости*, которое обозначается термином *площадь*.

В начальном курсе математики термин *величина* используют не всегда корректно: смешивают понятия *величина и количество, величина и значение величины, величина и мера, величина и единица величины.* В традиционной методике преподавания математики понятие *величина* связывали с именованным числом и считали, что само понятие уже известно учащимся из повседневной жизни, а свойства величин очевидны. Поэтому процесс формирования представлений о каждой конкретной величине не включал материал о сути, различном происхождении и характере отдельных величин и зависимости между ними, а ограничивался изучением стандартных единиц измерения величин, их преобразованием и сравнением.

В современном начальном математическом образовании задачи изучения темы «Величины и их измерение» расширены. Ученики, оканчивающие начальную школу, должны:

- иметь представление о величине как о свойстве объектов, предметов и явлений, которые проявляются при их сравнении, могут быть измерены и количественно оценены;

- уметь измерять длины отрезков и площадь фигур с помощью различных мерок и инструмента (линейки, палетки);

- уметь определять вместимость сосудов, массу тел, время по часам, дату по календарю, температуру по термометру, величину угла при помощи транспортира;

- знать, что однородные величины можно сравнивать, устанавливая между ними отношения «больше», «меньше», «равно», измерять, складывать, умножать и делить на натуральное число, находить часть величины и кратное отношение величин;

- уметь выполнять преобразование единиц величин (заменять мелкие единицы крупными и наоборот).

Данная тема изучается в течение всех лет обучения в начальной школе, материал раздела «вплетен» в основное содержание курса математики, введение стандартных единиц измерения величин сопряжено с изучением нумерации целых неотрицательных чисел, поскольку соотношение между ними (за исключением единиц времени) выражено в десятичной системе счисления (1 м = 10 дм = 100 см).

Изучение каждой величины в начальном курсе математики происходит поэтапно. В процессе изучения темы «Градусная мера угла» учащиеся повторяют весь тот путь, который они проходили при построении способов сравнения и измерения других величин - длин, масс, площадей фигур, вместимостей сосудов и объемов тел, а именно:

1. Непосредственное сравнение величин углов (визуально, наложением).

2. Опосредованное сравнение величин углов; перенос на измерение углов общего принципа измерения величин: чтобы измерить величину, надо выбрать единицу измерения и узнать, сколько раз она содержится в измеряемой величине.

3. Осознание взаимосвязи между единицей и значением измеряемой величины: при увеличении мерки численное значение величины уменьшается, а при уменьшении - увеличивается.

4. Осознание того, что сравнивать величины углов и выполнять над ними арифметические действия можно только тогда, когда они измерены одинаковыми мерками.

5. Вывод о необходимости выбора единых, общепринятых единиц измерения. Введение углового градуса.

6. Введение транспортира как инструмента для измерения величины угла.

7. Решение задач на построение углов по заданным характеристикам. Формирование измерительных умений.

Данная величина изучается одной из последних в курсе начальной математики. К этому времени у учащихся уже сформировано представление об основных величинах, их свойствах и процессе измерения; они отличают углы от других фигур, умеют их изображать (чертить при помощи линейки) и обозначать буквами латинского алфавита, называют существенные признаки – *часть плоскости, ограниченная двумя лучами с общим началом*. Здесь полезны упражнения на распознавание углов (рис. 1) и поиск углов в сложном чертеже или рисунке (рис. 2).

Задание 1. *Найди на рисунке углы.*

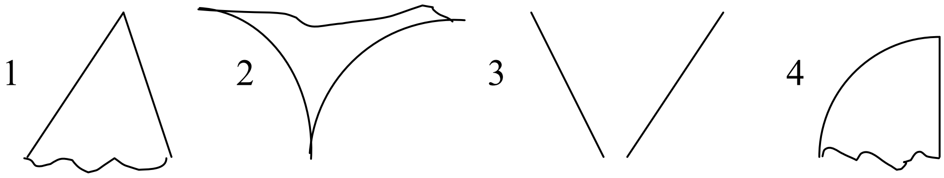


Рис. 1

Задание 2. *Найди на рисунке углы и отметь их*

Рис. 2

Особое внимание следует уделить пониманию того, что стороны угла – лучи (поэтому фигуры 2, 3 и 4 из рис. 1 углами не являются), их можно неограниченно продолжить в сторону, противоположную вершине угла, поскольку на начальном этапе обучения сравнению углов учащиеся сравнивают их не по величине угла, а по размеру – месту, которое угол занимает на плоскости (поверхности доски, листе бумаги и т.п.). Поэтому важно, чтобы дети поняли, что величина угла зависит не от «длины» его сторон, а от взаимного положения сторон относительно друг друга.

Первый способ сравнения углов по величине, который осваивается младшими школьниками – *визуальный*. Материалом для сравнения являются углы, различия в величинах которых очевидны, а «длины» сторон приближенно равны (рис. 3).

Задание 3. *Запиши номера углов в порядке возрастания их величины*.

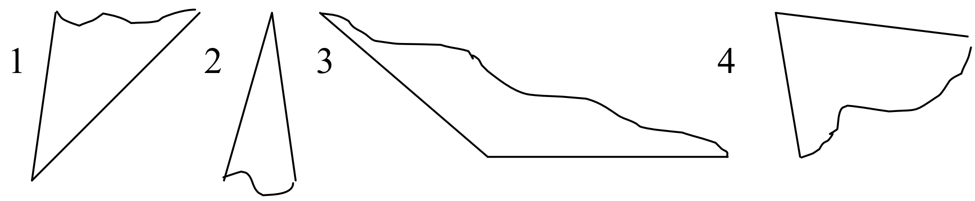


Рис. 3

В заданиях на визуальное сравнение углов с различными «длинами» сторон дети часто допускают ошибки, полагая, что больший по «площади» угол, является большим и по величине (рис.4).

Задание 4. *Запиши номера большего и меньшего углов*.

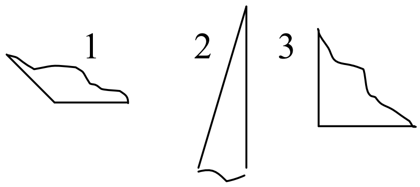


Рис. 4

Как правило, школьники наибольшим углом называют угол 2, а меньшим – угол 1. С целью коррекции ошибки уместным будет вспомнить определение угла, подчеркивающее, что стороны угла – это лучи, а, следовательно, их можно продолжить (рис. 5).

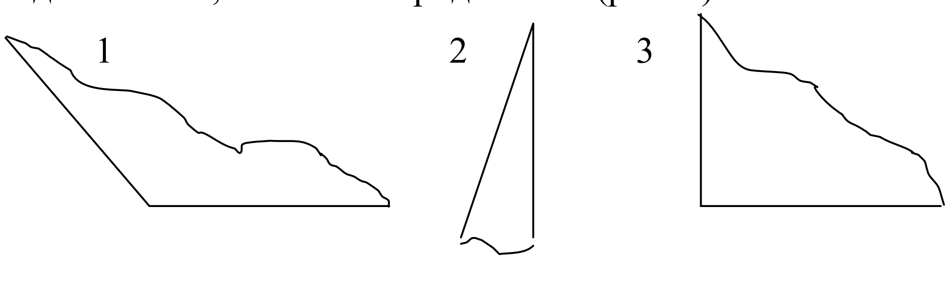


Рис. 5

Можно рекомендовать учащимся в случае, если возникают затруднения в сравнении углов «на глаз» мысленно продолжить его стороны или провести дугу между сторонами угла, чтобы зафиксировать их взаимное расположение (рис. 6) и сравнивать не собственно углы, а длины дуг или степень «разворота» сторон угла.

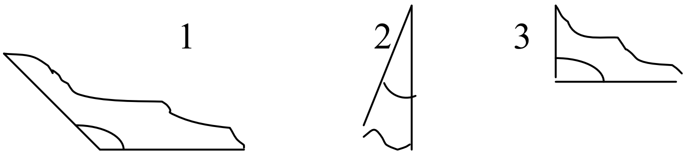


Рис. 6

Не будет лишним обсудить, что дуги следует проводить на одинаковых расстояниях от вершины угла, в противном случае этот способ сравнения работать не будет.

Заметим, что умение сравнивать углы по величине «на глаз» является базовым для их классификации – прямые, тупые, острые.

Решение следующей учебной задачи (задание 4) побуждает школьников к поиску нового способа сравнения углов по величине - *наложением*.

Задание 4. *Запишите номера углов в порядке возрастания их величины.* (Углы вырезаны из бумаги и магнитами прикреплены к доске - рис. 7)

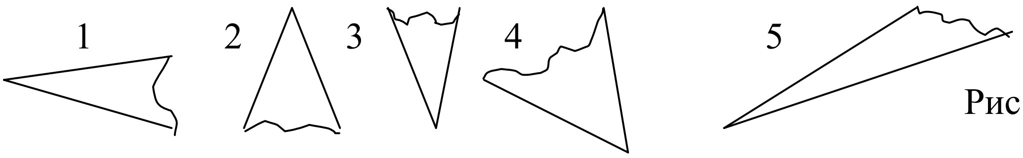
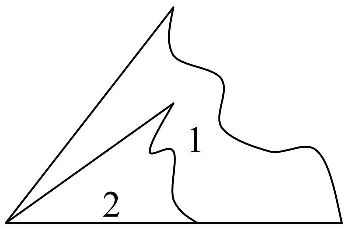


Рис. 7

Очевидно, что учащиеся выполнят задание по-разному, поскольку все углы близки по величине (различия не очевидны!). Возможно, будут учащиеся, которые совсем не справятся с заданием. Следует уточнить, какой способ сравнения углов использовали дети для выполнения задания и подчеркнуть, что данный способ не позволил выполнить задание одинаково – варианты ответов (последовательности чисел-номеров углов) различны. Эти рассуждения позволят сформулировать проблему – отсутствие способа, который поможет точно определить больший (или меньший) угол. Для ее решения учитель предлагает снять углы с доски и наложением определить больший (меньший) угол. В процессе создания алгоритма сравнения углов по величине уместно использовать прием «ошибки», специально демонстрируя учащимся неверные способы наложения, затем сформулировать правило сравнения величин углов: *«Нужно наложить углы так, чтобы вершины и одна сторона у них совпала. Если при этом и другие стороны совпадут, то углы равны. Если - не совпадут, то меньше тот угол, сторона которого оказалась внутри другого угла»* (рис. 8).



$\angle 1 > \angle 2$

Рис. 8

Обратим внимание на то, что не следует формулировать правило сравнения углов в виде высказывания типа: *«Если угол 2 полностью помещается внутри угла 1, то угол 2 меньше угла 1»*, поскольку это влечет за собой неверную визуализацию (рис. 9), что негативно скажется на освоении способа сравнения углов по величине методом наложения.

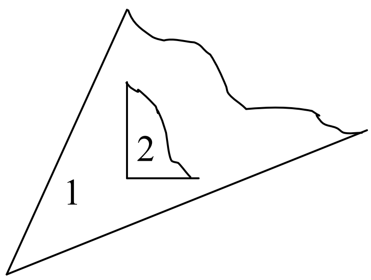


Рис. 9

Подобный опыт учащиеся приобретают и в ситуации определения вида угла (острый, тупой, прямой), если фигуры близки по величине (рис. 10).

Задание 5. *Выпиши номера острых, тупых и прямых углов*.

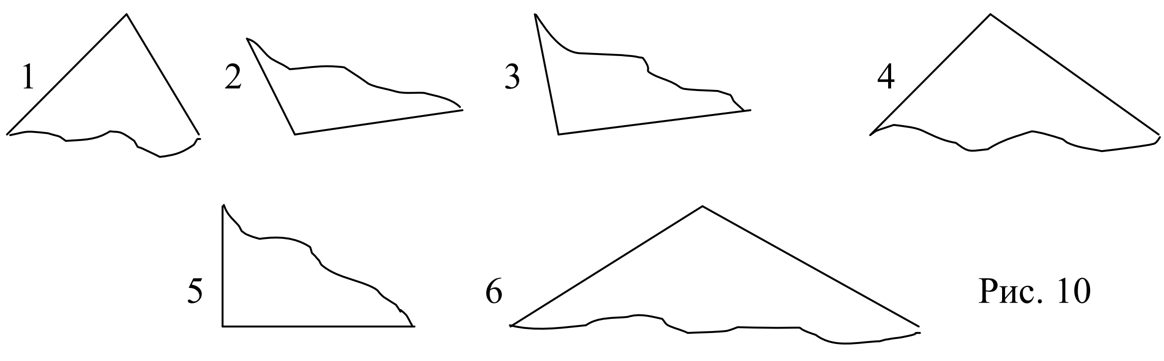
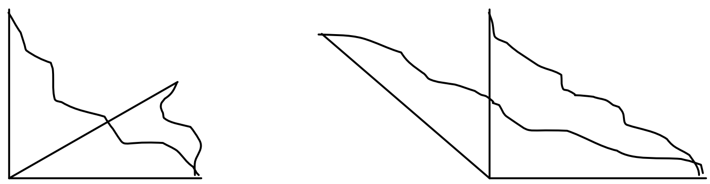


Рис. 10

Очевидно, что результаты выполнения задания не будут однозначны, поскольку определить вид угла «на глаз» здесь практически невозможно – все они кажутся детям прямыми.

«Открытый» только что способ наложения здесь не работает: он позволяет выявить больший (меньший) угол, а не определить его вид. Решение проблемы – в сравнении угла с моделью прямого угла, эталоном которого является чертежный угольник. После уточнения правила (одни стороны совместить и определить положение других сторон) и создания опорного конспекта (рис. 11) вид угла определяется не «на глаз», а в сравнении с моделью прямого угла.



острый тупой Рис. 11

Потребность в *измерении* углов возникает у учащихся в ситуации, когда использовать известные способы сравнения (*визуальный, наложение*) невозможно – например, нужно назвать в порядке возрастания (убывания) по величине углы многоугольника, изображенного на доске. Причем размеры этой фигуры должны быть значительными – в противном случае учащиеся могут предложить перенести фигуру на кальку, вырезать углы и методом *наложения* определить различия в величине углов данной фигуры. Можно ограничиться изображением углов (близких по величине) на доске. Очевидно затруднение – *наложить* друг на друга углы, изображенные, а не вырезанные из бумаги, невозможно. Возможно, учащиеся могут предложить использовать кальку (*переносная симметрия*) или линейку - длина отрезка СД меньше длины отрезка АВ, значит угол 1 меньше угла 2 (рис. 12).

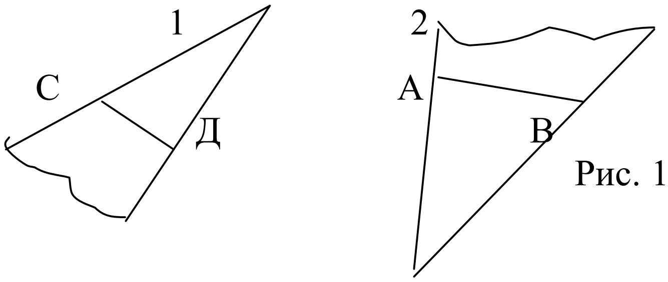


Рис. 12

Задача учителя в этом случае – подвести школьников к пониманию того, что углы можно измерить, поскольку все величины, изученные ранее (длина, масса, объем, площадь) дети измерять умеют. Причем измеряют величину угла так же, как и любую другую величину: *выбирают единицу измерения и узнают, сколько раз она содержится в измеряемой величине.*

Формулируется учебная проблема – какую мерку выбрать для измерения величины угла? Можно обсудить с учащимися, подойдут ли известные мерки – *см, л, кг, см^2*, а затем предложить им самостоятельно выбрать удобную мерку – угол небольшой величины (сначала произвольный, но возможно меньший - иначе значение мер углов придется выражать дробными числами, а затем равный 1/90 части прямого угла).

Выполнение заданий на измерение углов, равных по величине, различными мерками-углами убеждает учащихся в необходимости введения единой мерки – единицы измерения величины угла, поскольку от мерки зависит результат. Учитель сообщает, что такой меркой является *угловой градус* – угол величиной в один градус (1^{o}). Он получается, если прямой угол разделить на 90 равных частей, то есть 1^{o} = 1/90 часть прямого угла. Или 1^{o} = 1/360 часть круга (в случае, если к этому времени изучено понятие центрального угла, как, например, в программе И.И. Аргинской по системе Л.В. Занкова).

Введение углового градуса как единицы измерения величины угла позволяет уточнить определение прямого, острого и тупого углов: *прямой угол равен 90^{o}, острый – меньше 90, а тупой – больше 90^{o}.* Полезны задания на иллюстрацию свойств величин – при сложении углов их градусные меры складываются, а при вычитании – вычитаются.

Введение *транспортира* обусловлено неэкономичностью во времени использования мерки – углового градуса (образца, вырезанного из плотной бумаги). Угол величиной в один градус - это тонкая полоска, похожая на нитку. Очевидно, что отложить ее на плоскости угла невозможно. Кроме этого, у учащихся уже накоплен достаточный опыт измерения величин с помощью инструмента – линейки, палетки, весов, часов. Следует повторить с учащимися их устройство, обратить внимание на наличие шкалы на каждом приборе и воспроизвести алгоритм измерения величины с помощью прибора.

Далее учитель сообщает, что для измерения углов тоже есть прибор – транспортир, где количество отложенных градусов зафиксировано на шкале. Уместно показать учащимся различные варианты транспортиров (рис. 13), обратить внимание на отличие шкалы линейки, часов, весов от шкалы транспортира (нумерация идет слева направо и справа налево), зафиксировать центр и место возможных начал отсчета - для удобства отсчет градусов по шкале идет в двух направлениях.

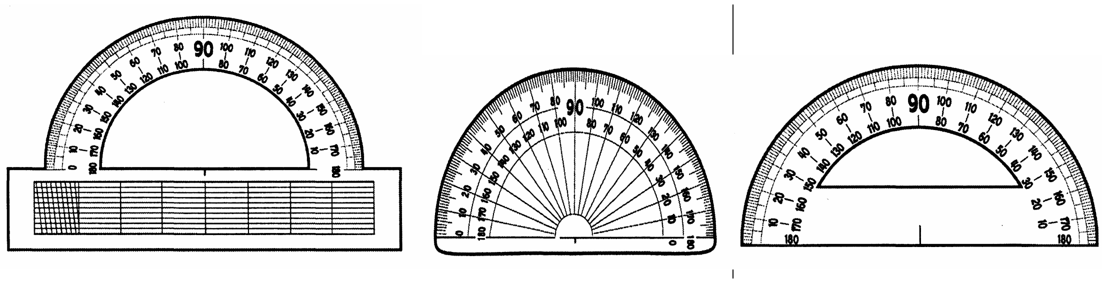
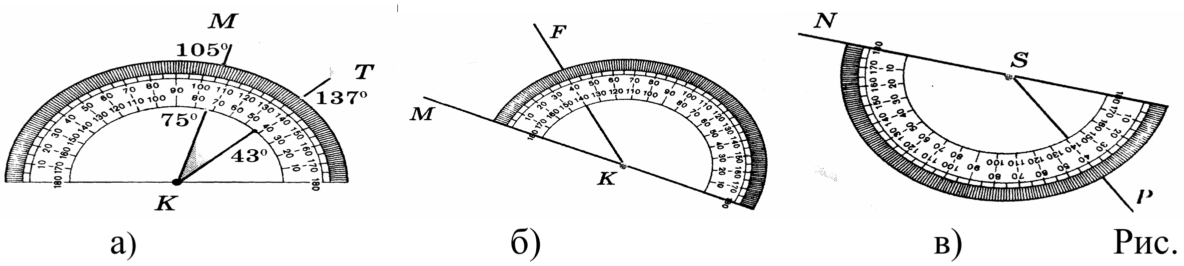


Рис. 13

Затем учитель демонстрирует образцы измерения величины угла (рис. 14), обращая внимание учащихся на то, что удобнее определять величину угла, если одна из его сторон проходит через начало отсчета на шкале.



а) б) в) Рис. 14

Возможна групповая организация деятельности учащихся: поскольку способ измерения величины угла транспортиром им еще не известен, то и прикладывать его к углу дети будут по-разному, а, значит, ответы будут разные. Первое, на что следует обратить внимание учащихся, - это то, что вершину угла нужно совместить с центром транспортира. Затем найти координаты точек (или просто точки) пересечения сторон угла со шкалой транспортира (рис. 14 а) и расстояние между ними в градусах можно найти по общему правилу: из большей координаты вычесть меньшую (137° - 105° = 32°). В результате получается количество единичных мерок (каждая в один градус), которые заполняют данный угол, то есть искомая величина угла. Поскольку самый простой случай вычитания - это вычитание нуля, то наиболее выгодное положение угла будет при условии, если одна из сторон проходит через нулевую отметку на шкале. Тогда точка шкалы, через которую прошла вторая сторона угла, покажет искомую величину (рис. 14б, в).

Целесообразно сформулировать *правило измерения величины угла* при помощи транспортира в виде последовательности действий:

1. Совместить вершину угла с центром транспортира.

2. Расположить транспортир так, чтобы одна сторона угла проходила через начало отсчета на шкале транспортира.

3. Найти штрих на шкале, через который проходит вторая сторона угла.

4. Проверить, соответствует ли полученная мера угла его виду - прямой, острый или тупой.

Система работы по освоению данного алгоритма включает в себя упражнения на измерение углов (произвольных и являющихся частью многоугольников), построение углов заданной величины. В целях развития глазомера полезны задания на визуальное определение вида угла (острый, тупой, прямой) и оценку величины угла с последующей проверкой транспортиром. Это позволит предупредить частотную ошибку учащихся, связанную с особенностями шкалы транспортира - измеряя величину тупого угла, дети вместо 130° пишут 50° (рис. 15). Так же целесообразны вопросы типа: *может ли величина острого угла быть равной 138°?*

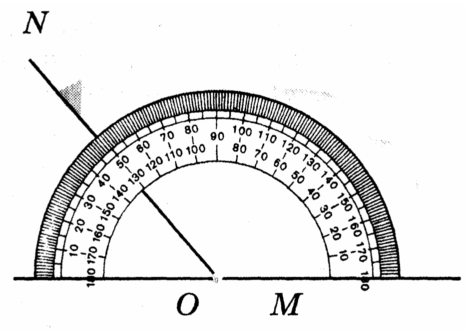


Рис. 15

Введение градусной меры угла позволяет углубить знания учащихся о знакомых геометрических фигурах, например:

- открыть общее свойство всех треугольников – *о равенстве суммы всех углов 180°;*

- уточнить свойство равностороннего треугольника (все углы по 60°) и равнобедренного прямоугольного треугольника (90°, 45°, 45°);

- узнать, что сумма всех углов любого произвольного четырехугольника равна 360°, а развернутый угол равен 180°.

Л.Г. Петерсон отмечает, что рассмотрение этих вопросов на уроках математики или в режиме внеклассной работы способствует накоплению учащимися опыта проведения геометрических исследований, наблюдения закономерностей и выдвижения гипотез. Важно, чтобы школьники осознали недостаточность методов наблюдения и измерения для доказательства обобщенных выводов. Подмеченные свойства относятся только к тем фигурам, которые измерялись, и на общий случай могут быть распространены лишь как предположение, *гипотеза* (1, с. 252).

Вместе с тем, идея общего доказательства таких гипотез уместна уже на начальном этапе обучения математике - например, в кружковой работе. Так, измеряя транспортиром величину углов произвольных (различных по площади и виду) треугольников и суммируя полученные числа-градусные меры, учащиеся заметят близость результата к 180°. Подмеченное свойство фиксируется в гипотезе: *«Сумма углов любого треугольника равна 180°»*. Убедиться в этом можно, если выполнить практическую работу и провести логическое обоснование.

Практическая работа. На столе у каждого ученика вырезанные из цветной бумаги треугольники - большие и маленькие; остроугольные, тупоугольные и прямоугольные; равносторонние, равнобедренные и равносторонние (по одному на каждого ученика). Учитель обращает внимание детей на то, что все треугольники различны - можно сравнить треугольники в парах, предложить нескольким учащимся описать «свою» фигуру. Желательно, чтобы углы треугольников были пронумерованы и дугой выделен разворот сторон (рис. 16).

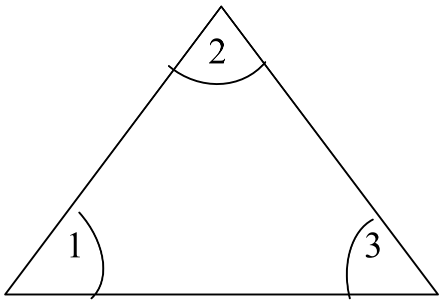


Рис. 16

Затем дети при помощи ножниц углы вырезают и составляют новый угол, равный сумме углов треугольника (рис. 17).

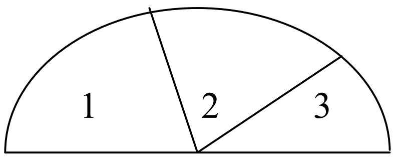


Рис. 17

Учащиеся заметят, что получился развернутый угол или два смежных прямых угла (прямых угла с общей стороной). Вывод очевиден: *сумма углов треугольника равна 180°*.

Логическое обоснование свойства суммы углов треугольника основано на том, что диагональ прямоугольника делит его на два равных прямоугольных треугольника, - это факт, очевидный для учащихся.

В этом случае сумма углов любого прямоугольного треугольника равна 180° *((90° · 4) : 2 = 360° : 2 = 180°).* А произвольный треугольник АВС можно разбить на прямоугольные треугольники (рис. 18).

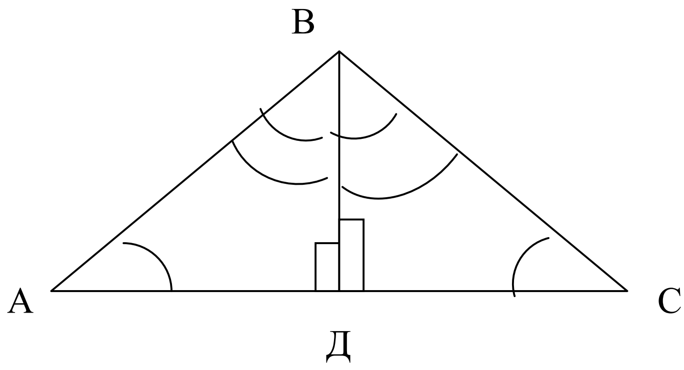


Рис. 18

Значит, сумма углов А, В, и С треугольника АВС равна *180° · 2 - 90° · 2 = 180°*, что и требовалось доказать.

Основываясь на этом свойстве, учащиеся решают задачи на определение градусной меры углов треугольника, находящейся в заданных кратных и разностных отношениях.

Задание 6. *В треугольнике АВС угол А в 2 раза больше угла В, а угол С на 20° больше угла В. Каковы величины углов треугольника АВС? (40°, 80°, 60°).*

Задание 7. *Сумма углов А и С треугольника АВС равна 120°, причем известно, что угол С в 3 раза больше угла А. Чему равны величины углов треугольника АВС? (90°, 30°, 60°).*

Заметим, что подобные задачи младшие школьники могут решить методом подбора (в случае «удобных» численных значений величин углов - круглых чисел, например) или выполнив схематичную модель (схему в отрезках), наглядно интерпретирующую взаимосвязь между величинами (для задания 6 - рис. 19).

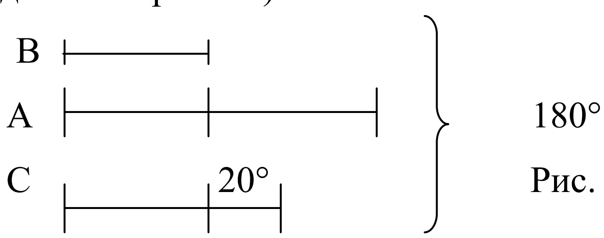


Рис. 19

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Петерсон Л. Г. Математика. 4 класс: Методические рекомендации. - М.: Издательство «Ювента», 2004. - 320с.:ил.