Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
Фундаментальная библиотека

«Доктор занимательных наук»: по страницам изданий Я. И. Перельмана

Костицина Анна Вадимовна,
главный библиотекарь

Пермь, 2017

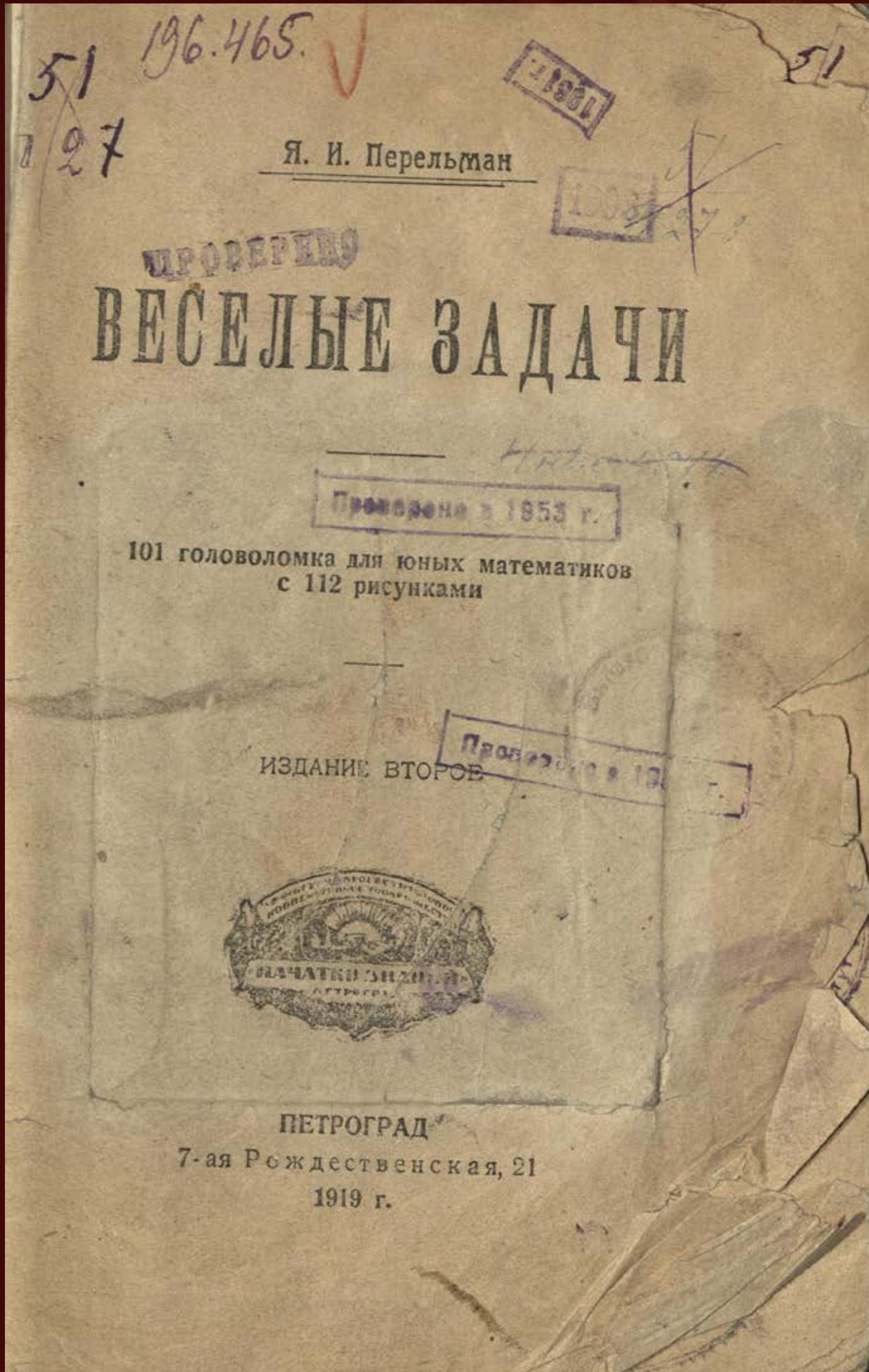
Яков Исидорович Перельман (1882-1942)

Яков Исидорович Перельман не совершил никаких научных открытий, ничего не изобрел в области техники. Он не имел никаких ученых званий и степеней. Но он был предан науке и в течение сорока трех лет нес людям радость общения с наукой. Он автор понятия научно-фантастическое, популяризатор точных наук, основоположник жанра занимательной науки.

Библиография Перельмана насчитывает более 1000 статей и заметок, опубликованных им в различных изданиях. И это помимо 47 научно-популярных, 40 научно-познавательных книг, 18 школьных учебников и учебных пособий.

По данным Всесоюзной книжной палаты, с 1918 по 1973 год его книги только в СССР издавались 449 раз; их общий тираж составил более 13 миллионов экземпляров.

Кроме того, его книги печатались на немецком, французском, английском, испанском, португальском, итальянском, чешском, болгарском, финском и других языках.



Перельман Я.И., Веселые задачи : 101 головоломка для юных математиков с 112 рис Я.И.Перельман. - 2-е изд. - Пг : Начатки знаний, 1919. - IV, 124, [4] с. : ил.

Впервые «Весёлые задачи» появились в 1916 г. В библиотеке ПГГПУ сохранилось 2-е издание книги.

Как пишет сам автор в предисловии: «Цель этой книжечки – дать материал для приятной умственной гимнастики, для тренировки сообразительности и находчивости. Предназначенная пополнить досуг юных математиков, книжка содержит, однако, не только математические головоломки: наряду с задачами арифметическими и геометрическими, в сборнике представлены головоломки из области физики, мироведения и логики. Есть здесь и задачи, не примыкающие ни к какому учебному предмету, но все же полезные как упражнения, подготавливающие ум к более серьезной работе. Так, задачи на перестановки и размещения приучают к систематическим поискам решения, зрительные обманы способствуют развитию наблюдательности, развлечения с разрезыванием фигур и составлением силуэтов развивают геометрическое воображение».

ОГЛАВЛЕНИЕ.

I. Головоломныя перемещения и занимательныя разстановки.

II. Десять легких задач.

III. Десять задач потруднее.

IV. Обманы зрения.

V. Десять затруднительных положений.

VI. Искусное разрезывание и сшивание

VII. Десять замысловатых зад

VIII. Десять з

Глава первая.

Головоломные перемещения и занимательные расстановки.

Задача № 1.

В траншее.

В траншее залегло 9 солдат. На нашем рисунке они обозначены номерами. № 1 — это унтер-офицер. Ему необходимо перебраться на свободное место в левой сто-

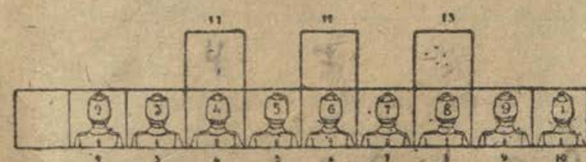


Рис. 1.

роне, — но траншея слишком тесна для этого. Вылезть из траншеи наверх нельзя — неприятель подстрелит. Но, к счастью, в трех местах траншеи имеются углубления, достаточно просторные для того, чтобы в них мог поместиться один человек.

Можете ли вы указать, как должны передвигаться солдаты, чтобы пропустить унтер-офицера на левый фланг, а самим после этого остаться в прежнем порядке на прежних местах?

Задача № 2.

Чайный сервиз.

Мне пришлось как-то целый вечер ожидать поезда на маленькой станции. Не было ни книг, ни газет, ни собеседников, и я не знал, чем наполнить часы ожидания. К счастью, я вспомнил об одной занимательной задаче, которая незадолго до того попалась мне в английском журнале. Задача состояла вот в чем.

Стол расграфлен на 6 квадратов, в каждом из которых, кроме одного, помещается какой-нибудь предмет. Я воспользовался чайной посудой и разместил по квадратам 3 чашки, чайник и молочник, как показано на рисунке.

Рис. 2.

Сущность задачи в том, чтобы взаимно переменить места чайника и молочника, передвигая предметы из одного квадрата в другой по определенным правилам, — а именно:

1) перемещать предмет только в тот квадрат, который окажется свободным;

2) не передвигать предметов по диагонали квадрата;

3) не переносить один предмет поверх другого;

4) не помещать в квадрат более одного предмета, даже временно.

Задача эта имеет много решений, но интересно найти самое короткое, — т. е. обменять местами чайник и молочник в наименьшее число ходов.

В поисках этого кратчайшего решения я не заметил

как прошел вечер; пришлось покинуть станцию, не найдя в тот вечер кратчайшаго решения.

Может быть, читатели найдут его? На всякий случай предупреждаю, что искомое „наименьшее" число ходов все же больше дюжины, хотя и меньше полутора дюжин.

Задача № 3.

Автомобильный гараж.

На нашем чертеже изображен план автомобильного гаража с помещениями для двенадцати автомобилей. Но помещение так неудобно, так мало, что владелец гаража постоянно наталкивается на затруднения. Вот одно из них. Предположите, что восемь автомобилей стоят в указанных здесь положениях. Как могут автомобили 1, 2, 3 и 4 перемениться местами с автомобилями 5, 6, 7 и 8? И при каком способе обмена они сделают наименьшее число переездов?

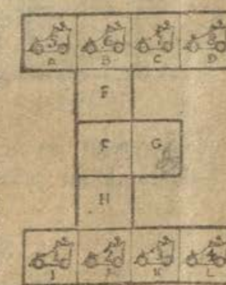


Рис. 3.

Надо заметить, что два автомобиля одновременно двигаться не могут, и что в каждом квадрате может в каждый данный момент находиться только один автомобиль.

Задача № 4.

Три дороги.

Три брата — Петр, Павел и Яков — получили в наследство три участка земли, расположенные рядом, невдалеке от их домов. На чертеже вы видите расположение домов Петра, Павла и Якова и принадлежащих им земельных участков. Вы замечаете, что участки расположены не совсем удобно для хозяев, — но братья не могли сговориться по поводу обмена.

Каждый устроил огород на своем участке, и так как кратчайшие пути к огородам пересекались, то между братьями вскоре начались пререканья, перешедшие в ссоры. Желая избегать всяких столкновений, братья решили избрать такой путь к своим участкам, чтобы не пересекать друг-другу дорогу. После долгих поисков они нашли такие три пути, и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

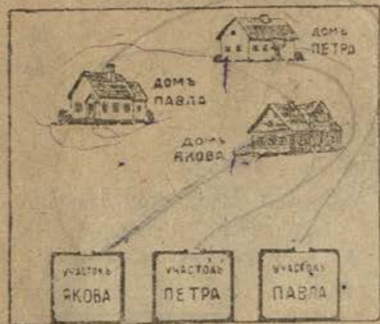


Рис. 4.

Можете ли вы указать эти пути?

Задача № 5.

Мухи на занавеске.

На оконной занавеске, разрисованной квадратиками, уселось 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказывались в одном и том же горизонтальном, вертикальном или косом ряду (см. рисунок 5).

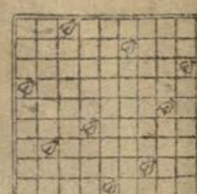


Рис. 5.

Спустя несколько минут три мухи переменили свое место и переползли в соседние незанятые клетки; остальные 6 остались на местах. И курьезно: хотя три мухи перешли на другие места, все 9 снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном горизонтальном, вертикальном или косом ряду.

Можете ли вы сказать, какие три мухи пересели и какие квадратики они избрали?

Задача № 6.

Дачники и коровы.

Вокруг озера выстроены четыре дачи, а поближе к берегу — четыре коровника. Владельцы дач желают соорудить сплошной забор так, чтобы озеро было закрыто от коров, но чтобы в то же время оно было доступно для дачников, желающих купаться.

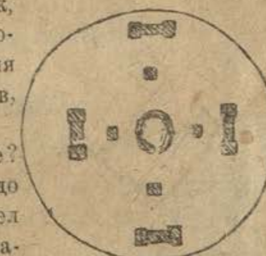


Рис. 6

Исполнимо ли это желание? Если исполнимо, то как надо построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся по возможности дешевле?

Задача № 7.

Десять теремовъ.


Рис. 7.

Царь Горох — дело происходило при нем — пожелал построить 10 теремов, соединенных между собою крепкими стенами; стены должны тянуться пятью прямыми линиями с 4-мя теремами на каждой линии.

Придворный зодчий представил царю план, который вы видите здесь на рисунке 7-м.

Но царь остался недоволен этим планом: ведь при таком расположении можно подойти извне к любому терему, а царю хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два терема были защищены стенами от нападения извне. Зодчий возразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 теремов должны быть расположены по 4 на каждом из 5-ти заборов. Но царь настаивал на своем.

Долго ломал зодчий голову над этой задачей и, наконец, разрешил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти такое расположение 10 теремов и 5 соединяющих их прямых заборов, чтобы выполнить желание царя?

Задача № 8.

Деревья в саду.

В саду росло 49 деревьев, и вы можете видеть на чертеже 8-м, как они были расположены. Владелец сада нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

Рис. 8.

— Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 дерева в каждом ряду. Остальные сруби и возьми себе их на дрова за работу.

Когда рубка кончилась, владелец сада вышел посмотреть работу. К его огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев!

— Почему же ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, — упрекал работника хозяин.

— Нет, барин, вы приказали оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал; посмотрите.

И в самом деле: владелец сада с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют 5 рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, — и все-таки, вместо 29 деревьев, работник вырубил 39.

Как же ухитрился он это сделать?

Задача № 9.

Белая мышь.

Все 13 мышей, окружающие эту кошку, обречены попасть ей на обед. Но кошка желает съесть их в определенном порядке, — а именно, каждый раз она отсчитывает 13-ю мышь по кругу, в том направлении, в каком эти мыши глядят, — и съедает ее. С какой мыши она должна начать, чтобы белая мышь оказалась съеденной последней?

Рис. 9.

Задача № 10.

Из 18 спичек.

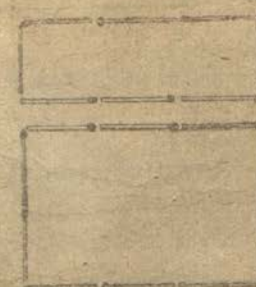


Рис. 10.

Из 18 спичек нетрудно сложить два четыреугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (рисунок 10).

Но сложите из тех же спичек два таких четыреугольника, чтобы один был в *три* раза больше другого по площади!

Решения задачи №№ 1—10.

Решение задачи № 1. — В траншее.

Солдаты должны передвигаться так (первая цифра обозначает № солдата, вторая — № помещения):

2— 1	7—5	8— 9	1—11	2—2	7—7
3— 2	8— 6	1—12	4—12	3—3	8—8
4— 3	9— 7	7—13	3— 6	4—4	9—9
5—11	1—13	6— 8	2— 5	5—5	
6— 4	9—10	5— 7	1— 1	6—6	

Вы видите, что унтер-офицер перейдет на левый фланг лишь после 28-го перемещения.

Решение задачи № 2. — Чайный сервиз.

Для удобства заменим чайную посуду цифрами. Тогда задача представится в таком виде:

1		2
3	4	5

Надо обменять места 2 и 5. Вот порядок, в каком следуетъ двигать предметы на свободный квадрат:

2, 5, 4, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 1, 4, 2, 3, 4, 1, 5, 2.

Задача решается в 17 ходов — более короткого решения нет.

Решение задачи № 3. — Автомобильный гараж.

В этой таблице показаны в последовательном порядке все переезды, необходимые для того, чтобы вывести владельца гаража из затруднения. Цифры обозначают №№-ра автомобилей, а буквы — соответствующие

помещения. Всех переездовъ понадобится 43. Вот они:

6 — G	4 — A	1 — G	3 — G
2 — B	7 — F	2 — J	6 — I
1 — E	8 — E	7 — H	2 — J
3 — H	4 — D	1 — A	5 — H
4 — I	8 — C	7 — G	2 — C
3 — L	7 — A	2 — B	5 — G
6 — K	8 — G	6 — E	2 — B
4 — G	5 — C	3 — H	6 — E
1 — I	2 — B	8 — L	5 — I
2 — J	1 — E	3 — I	6 — J
5 — H	8 — I	7 — K	

„6 — G“ означает: автомобиль № 6 становится в отделение G, и т. п.

Решение задачи № 4. — Три дороги.

Три не пересекающиеся пути показаны на этом чертеже:

Рис. 11.

Петру и Павлу приходится итти довольно извилистыми путями,—но зато братья избегают всяких столкновений между собой.

Рис. 12.

Решение задачи № 5. Мухи на занавеске.

Стрелки на рисунке показывают, какие мухи переменили место и с каких клеток оне переселе:

Решение задачи № 6. — Дачники и коровы.

Забор можно построить двояко. Вот чертежи, показывающие направление ограды:

Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

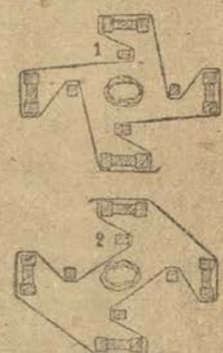


Рис. 13.

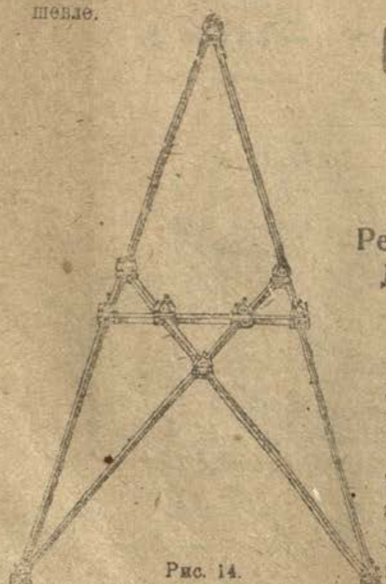


Рис. 14.

Решение задачи № 7. Десять теремов.

Вот единственное расположение, при котором два терема безопасны от нападения извне:

Вы видите, что 10 теремов расположены здесь, как требовал царь Горох, по 4 на каждой из пяти прямых стен.

Решение задачи № 8. — Деревья в саду.

Деревья, оставшиеся несрубленными, были расположены так:

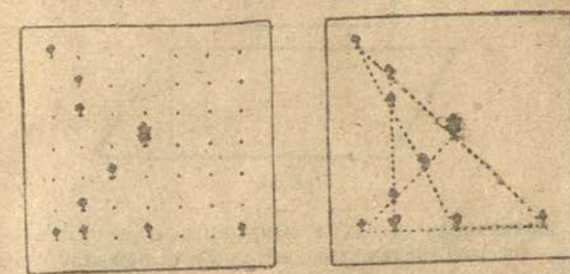


Рис. 15.

Как видите, они образуют 5 прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

Решение задачи № 9. — Белая мышь.

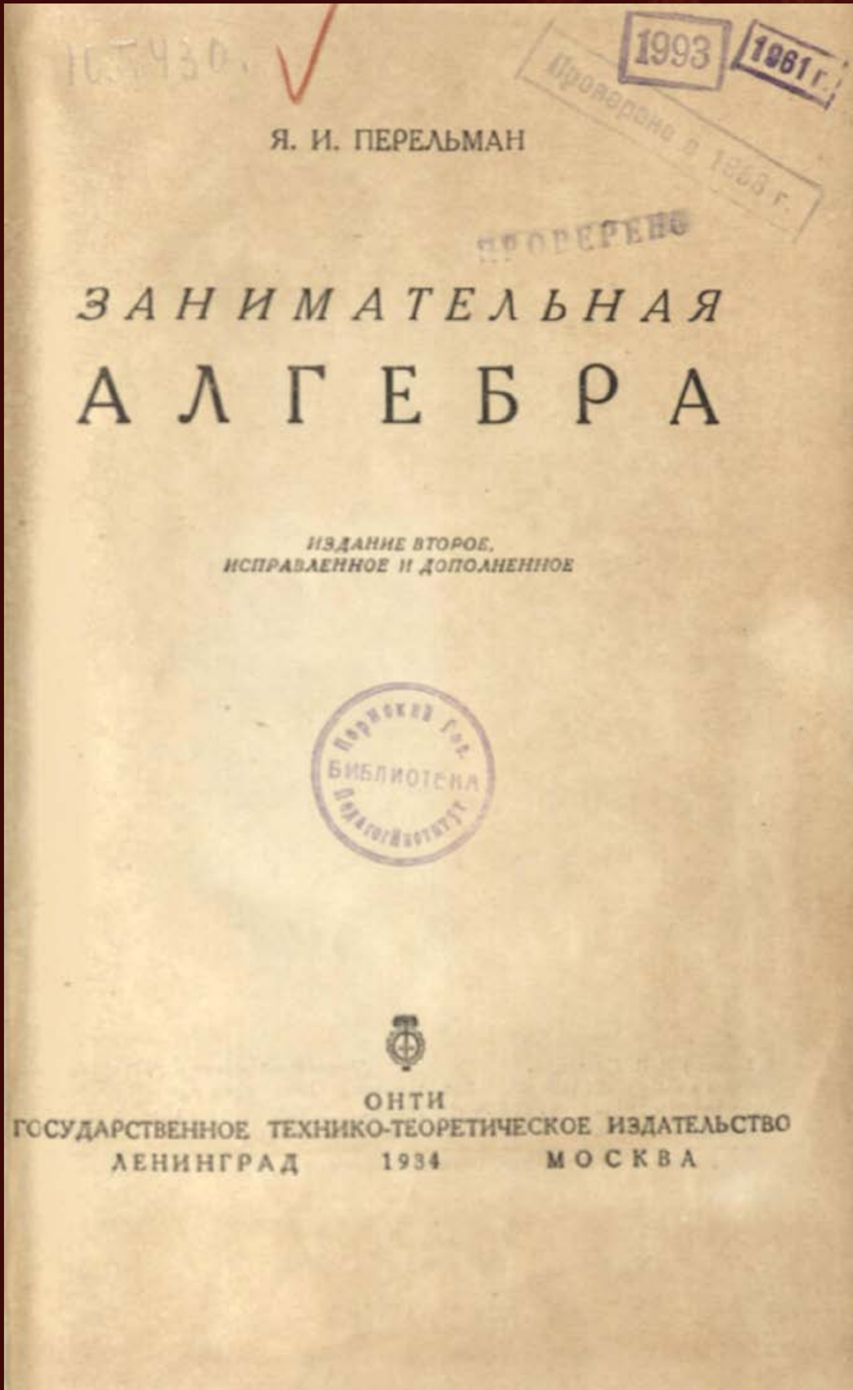
Кошка должна съесть первой ту мышь, которая находится на нашем рисунке у кончика ея хвоста.

Попробуйте, начав с этой мыши счет по кругу, зачеркивать каждую 13-ю мышь, — вы убедитесь, что белая мышь будет зачеркнута последней.

Решение задачи № 10. — Из 18 спичек.

На чертеже показано, как надо сложить из 18 спичек два четыреугольника, чтобы один был *втрое* больше другого по площади. Вторым четыреугольником является параллелограмм с высотою, равною $1\frac{1}{2}$ спичкам.

Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на его высоту. В основании нашего пара-



Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ
АЛГЕБРА

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,
ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

ОНТИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЛЕНИНГРАД 1934 МОСКВА

Перельман Я.И. Занимательная алгебра / Я. И. Перельман. - 2-е изд., испр. и доп. - Ленинград ; Москва : Гос. техн.-теоретич. изд-во, 1934. - 252 с. : ил.

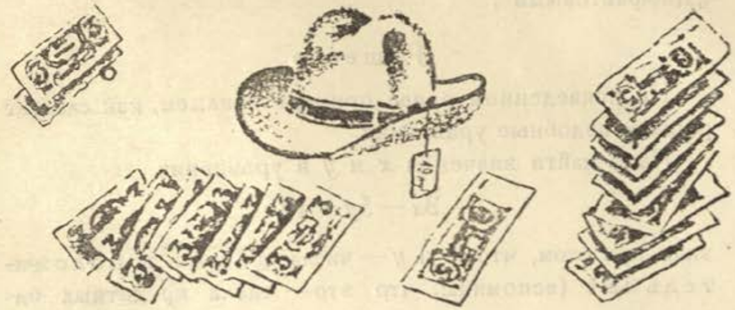
Сам автор так пишет об этой книге в предисловии:

«Не следует на эту книгу смотреть, как на легкопонятный учебник алгебры для начинающих. Подобно прочим моим сочинениям той же серии, «Занимательная алгебра» — прежде всего не учебное руководство, а книга для вольного чтения. Читатель, которого она имеет в виду, должен уже обладать некоторыми познаниями в алгебре, хотя бы смутно усвоенными или полузабытыми. «Занимательная алгебра» ставит себе целью уточнить, воскресить и закрепить эти разрозненные и непрочные сведения, но главным образом — воспитать в читателе вкус к занятию алгеброй и возбудить охоту самостоятельно пополнить по учебным книгам пробелы своей подготовки.

Чтобы придать предмету привлекательность и поднять к нему интерес, я пользуюсь в книге разнообразными средствами: задачами с необычными сюжетами, подстрекающими любопытство, занимательными экскурсиями в область истории математики, неожиданными применениями алгебры к практической жизни и т. п.»

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.



ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ

ПОКУПКА ШЛЯПЫ

Задача

Вы должны уплатить за купленную в магазине шляпу 19 руб. У вас одни лишь трехрублевки, у кассира — только пятирублевки. Можете ли вы, при наличии таких денег, расплатиться с кассиром и как именно?

Вопрос задачи сводится к тому, чтобы узнать, сколько должны вы дать кассиру трехрублевок, чтобы, получив сдачу пятирублевками, уплатить 19 рублей. Неизвестных в задаче два — число (x) трехрублевок и число (y) пятирублевок. Но можно составить только одно уравнение

$$3x - 5y = 19.$$

Хотя одно уравнение с двумя неизвестными имеет бесчисленное множество решений, это все же не значит, что задача наша неразрешима. Ведь вполне достаточно в данном случае найти хотя бы одно решение. Вот почему алгебра разработала метод решения подобных „неопределенных“ уравнений. Заслуга введения их в алгебру принадлежит первому европейскому представителю этой науки, знаменитому математику древности Диофанту

(III в. до н. э.), отчего такие уравнения часто называют „Диофантовыми".

Решение

На приведенном ранее примере покажем, как следует решать подобные уравнения.

Надо найти значения x и y в уравнении

$$3x - 5y = 19,$$

зная при этом, что x и y — числа **целые** и **положительные** (вспомним, что это — числа кредитных билетов).

Уединим то неизвестное, коэфициент которого меньше, т. е. член $3x$; получим:

$$3x = 19 + 5y,$$

откуда

$$x = \frac{19}{3} + \frac{5y}{3} = 6\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3}y = 6 + y + \frac{1+2y}{3}.$$

Так как x, 6 и y — числа целые, то равенство может быть верно лишь при условии, что $\frac{1+2y}{3}$ есть также целое число. Обозначим его буквою t. Тогда

$$x = 6 + y + t,$$

где

$$t = \frac{1+2y}{3},$$

и значит:

$$3t = 1 + 2y; \qquad 2y = 3t - 1.$$

Из последнего уравнения определяем y:

$$y = \frac{3t}{2} - \frac{1}{2} = t + \frac{t-1}{2}.$$

Так как y и t — числа целые, то и $\frac{t-1}{2}$ должно быть некоторым целым числом t_1. Следовательно,

$$y = t + t_1,$$

причем

$$t_1 = \frac{t-1}{2},$$

откуда

$$2t_1 = t - 1, \qquad \text{и} \qquad t = 2t_1 + 1.$$

Значение $t = 2t_1 + 1$ подставляем в предыдущие равенства:

$$y = t + t_1 = (2t_1 + 1) + t_1 = 3t_1 + 1$$
$$x = 6 + y + t = 6 + (3t_1 + 1) + (2t_1 + 1) = 8 + 5t_1.$$

Итак, для x и y мы нашли выражения:

$$x = 8 + 5t_1,$$
$$y = 1 + 3t_1.$$

Числа x и y, мы знаем, не только целые, но и положительные, т. е. бóльшие чем 0. Следовательно,

$$8 + 5t_1 > 0$$
$$1 + 3t_1 > 0.$$

Из этих „неравенств" находим:

$$5t_1 > -8 \qquad \text{и} \qquad t_1 > -\frac{8}{5}$$

$$3t_1 > -1 \qquad \text{и} \qquad t_1 > -\frac{1}{3}.$$

Этим величина t_1 ограничивается; она больше чем $-\frac{1}{3}$ $\left(\text{и значит, подавно больше} -\frac{8}{5}\right)$. Но так как t_1 число целое, то для него возможны лишь следующие значения:

$$t_1 = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4...$$

Соответствующие значения для x и y таковы:

$$x = 8 + 5t_1 = 8,\ 13,\ 18,\ 23...$$
$$y = 1 + 3t_1 = 1,\ \ 4,\ \ 7,\ 10...$$

Теперь мы установили, как может быть произведена уплата:

вы либо платите 8 трехрублевок, получая одну пятирублевку сдачи:

$$8 \cdot 3 - 5 = 19,$$

либо платите 13 трехрублевок, получая сдачи 4 пятирублевки:

$$13 \cdot 3 - 4 \cdot 5 = 19$$

и т. д.

Теоретически задача имеет бесчисленный ряд решений, практически же число решений ограничено, так как ни у покупателя, ни у кассира нет бесчисленного множества кредитных билетов. Если, например, у каждого всего по 10 билетов, то расплата может быть произведена только одним способом: выдачей 8 трехрублевок и получением 5 рублей сдачи. Как видим, неопределенные уравнения практически могут давать вполне определенные пары решений.

Возвращаясь к нашей задаче, предлагаем читателю, в качестве упражнения, самостоятельно решить ее вариант, а именно, — рассмотреть случай, когда у покупателя только пятирублевки, а у кассира только трехрублевки. В результате получится такой ряд решений:

$x = 5$	8	11
$y = 2$	7	12

Действительно:

$$5 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 19$$
$$8 \cdot 5 - 7 \cdot 3 = 19$$
$$11 \cdot 5 - 12 \cdot 3 = 19$$

Мы могли бы получить эти результаты также и из готового уже решения основной задачи, воспользовавшись простым алгебраическим приемом. Так как **давать** пятирублевки и **получать** трехрублевки все равно, что „**получать** отрицательные пятирублевки“ и „**давать** отрицательные трехрублевки“, то новый вариант задачи решается тем же уравнением, которое мы составили для основной задачи:

$$3x - 5y = 19$$

при условии, что x и y — числа **отрицательные**. Поэтому из равенств

$$x = 8 + 5t_1$$
$$y = 1 + 3t_1$$

мы, зная, что $x < 0$, и $y < 0$, выводим:

$$8 + 5t_1 < 0$$
$$1 + 3t_1 < 0$$

и, следовательно,

$$t_1 < -\frac{8}{5}$$

Принимая $t_1 = -2, -3, -4$ и т. д. получаем из предыдущих формул следующие значения для x и y:

$t_1 = -2$	-3	-4
$x = -2$	-7	-12
$y = -5$	-8	-11

Первая пара решений, $x = -2$, $y = -5$, означает, что покупатель „платит минус 2 трехрублевки" и „получает минус 5 пятирублевок"; т. е. в переводе на обычный язык — платит 5 пятирублевок и получает сдачи 2 трехрублевки. Подобным же образом истолковываем и прочие решения.

РЕВИЗИЯ КООПЕРАТИВА

Задача

При ревизии торговых книг кооператива одна из записей оказалась залитой чернилами и имела такой вид (рис. 13):

За.....кусков мадеполама
*по 49 р. 36 к. кусок........... *** 7 р. 28 к.*

Рис. 13.

Невозможно было разобрать числа проданных кусков, но было несомненно, что число это не дробное; в вырученной сумме можно было различить только последние три цифры, да установить еще, что перед ними были три каких-то других цифры.

Может ли ревизионная комиссия по этим следам установить запись?

Решение

Обозначим число кусков через x. Вырученная сумма выразится в копейках через

$$4936\,x.$$

Число, выражаемое тремя залитыми цифрами в записи денежной суммы, обозначим через y. Это, очевидно, число тысяч копеек, а вся сумма в копейках изобразится так:

$$1000y + 728.$$

Имеем уравнение:

$$4936x = 1000y + 728,$$

или, после сокращения на 8,

$$617x - 125y = 91.$$

В этом уравнении x и y — числа целые, и притом x не больше 999, так как более чем из трех девяток оно состоять не может. Решаем уравнение, как раньше было указано:

$$125y = 617x - 91$$

$$y = 5x - 1 + \frac{34 - 8x}{125} = 5x - 1 + \frac{2(17 - 4x)}{125} = 5x - 1 + 2t.$$

(Здесь мы приняли $\frac{617}{125} = 5 - \frac{8}{125}$, так как нам выгодно иметь возможно меньшие остатки).

Дробь

$$\frac{2(17 - 4x)}{125}$$

есть целое число, а так как 2 не делится на 125, то $\frac{17 - 4x}{125}$ должно быть целым числом, которое мы и обозначим через t.

Далее из уравнения

$$\frac{17 - 4x}{125} = t$$

имеем

$$17-4x=125t$$

$$x=4-31t+\frac{1-t}{4}=4-31t+t_1,$$

где

$$t_1=\frac{1-t}{4}$$

и, следовательно,

$$4t_1=1-t;\quad t=1-4t_1$$

$$x=125t_1-27,\qquad y=617t_1-134.\ ^*$$

Мы знаем, что

$$100<y<1000.$$

Следовательно,

$$100<(617t_1-134)<1000,$$

откуда

$$t_1>\frac{234}{617}\quad\text{и}\quad t_1<\frac{1134}{617}$$

или

$$0{,}4<t_1<1{,}8.$$

Очевидно, для t_1 существует только одно значение:

$$t_1=1,$$

и тогда $x=98$, $y=483$: было отпущено 98 кусков на сумму 4837 р. 28 к. Запись восстановлена.

ПОКУПКА ПОЧТОВЫХ МАРОК

Задача

Требуется на 1 рубль купить 20 штук почтовых марок — 15-копеечных, 5-копеечных и копеечных. Сколько окажется марок каждого достоинства?

* Обратите внимание на то, что коэфициенты при t_1 равны коэфициентам при x и y в исходном уравнении $617x-125y=91$, причем у одного из коэфициентов при t_1 знак обратный. Это не случайность: можно доказать, что так должно быть всегда.

Решение

В этом случае у нас имеется два уравнения с тремя неизвестными

$$15x+5y+z=100$$

$$x+y+z=20,$$

где x — число марок 15-копеечных, y — пятикопеечных, z — копеечных. Вычтя из первого уравнения второе, получим одно уравнение с двумя неизвестными

$$14x+4y=80.$$

Делим все члены на 4:

$$7\cdot\frac{x}{2}+y=20.$$

Очевидно $\frac{x}{2}$ — число целое. Обозначим его через t.

Имеем

$$7t+y=20;\qquad y=20-7t$$

$$x=2t$$

Подставляем выражения для x и y во второе из исходных уравнений:

$$2t-20-7t+z=20;$$

имеем

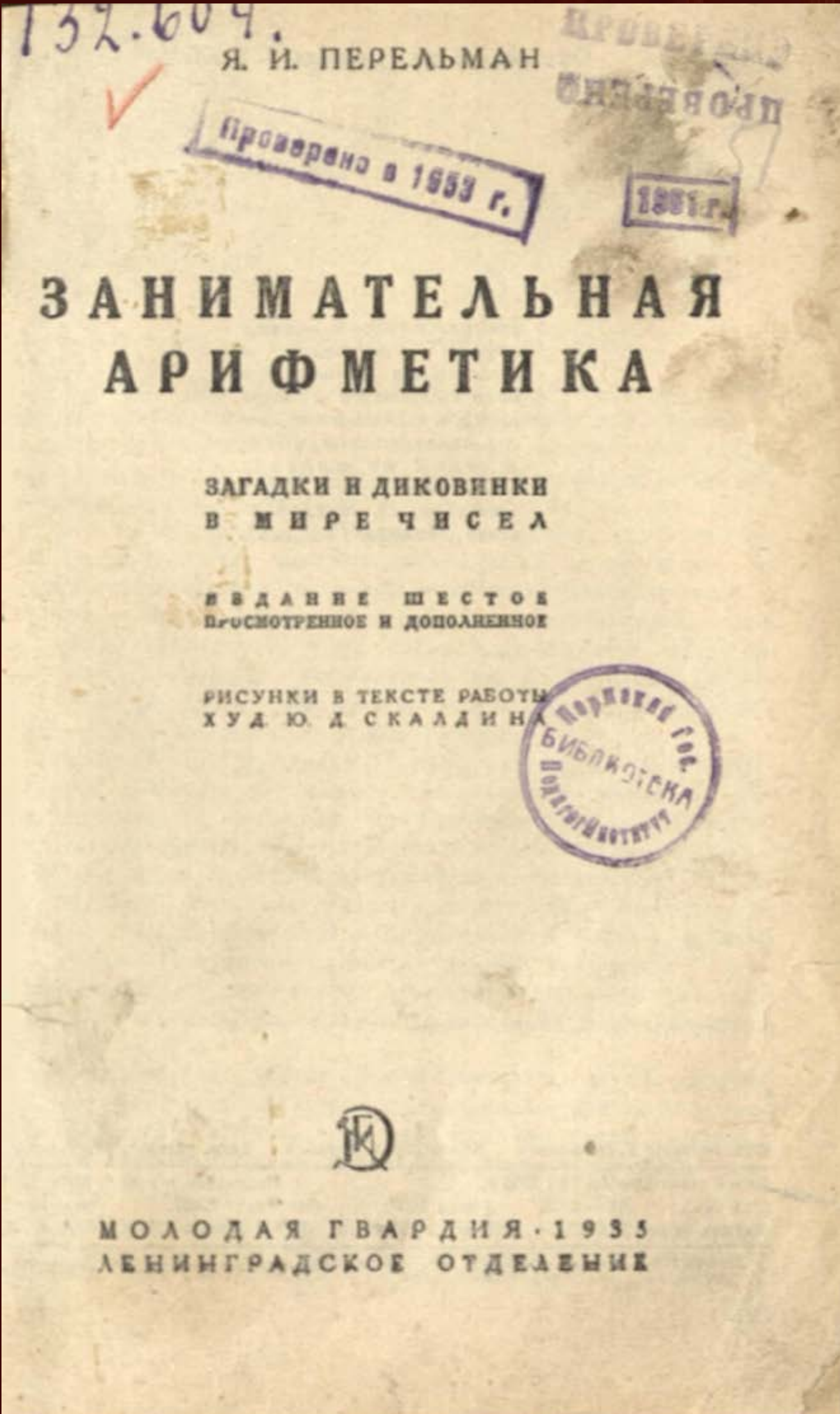
$$z=5t.$$

Так как $x>0$, $y>0$ и $z>0$, то нетрудно установить границы для t:

$$0<t<2\frac{6}{7},$$

откуда заключаем, что для t возможны только два целых значения

$$t=1\quad\text{и}\quad t=2.$$



Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ АРИФМЕТИКА

ЗАГАДКИ И ДИКОВИНКИ В МИРЕ ЧИСЕЛ

ИЗДАНИЕ ШЕСТОЕ
ПРОСМОТРЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

РИСУНКИ В ТЕКСТЕ РАБОТЫ ХУД. Ю. Д. СКАЛДИНА

МОЛОДАЯ ГВАРДИЯ · 1935
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Перельман Я.И. Занимательная арифметика : Загадки и диковинки в мире чисел Я. И. Перельман; Рис. в тексте работы худож. Ю. Д. Скалдина. - 6-е изд., просм. и доп. - [Москва] ; [Ленинград] :, 1935. - 175 с., 1 с. объявл. : ил.

Из предисловия автора: «„Занимательная арифметика" представляет в большей своей части попытку предложить ряд новых, еще не разрабатывавшихся сюжетов арифметических развлечений. Подыскание новых тем в столь многосторонне обследованной области - дело нелегкое: составитель не может здесь пользоваться коллективным трудом длинного ряда известных и безызвестных собирателей, а предоставлен лишь собственным силам. Поэтому к „Занимательной арифметике", как к первому опыту обновления традиционного материала подобных сборников, не должна прилагаться слишком строгая мерка.

Заботясь о том, чтобы сборник читался легко, не требуя чрезмерного напряжения, составитель избегал трудных, запутанных вопросов и включал только такой материал, который вполне посилен для большинства читателей. Превращать приятную игру ума в утомительное занятие, чересчур серьезное для развлечения и слишком бесплодное для серьезной работы — значило бы извращать цель и смысл подобного рода литературы».

само, должно будет поэтому делиться без остатка и на 7, и на 11, и на 13; а в результате деления последовательно на эти три числа (т. е. на их произведение — 1001) оно должно, конечно, снова дать задуманное число.

ЧИСЛО 10101

После сказанного о числе 1001 уже не будет неожиданностью увидеть в витринах нашей галлереи число 10101.

Рис. 26. Число, пригодное для фокусов.

Вы догадаетесь, какому именно свойству обязано это число такою честью. Оно, как и число 1001, дает удивительный результат при умножении, — но не трехзначных чисел, а двузначных; каждое двузначное число, умноженное на 10101, дает в результате само себя, написанное трижды. Например:

$$73 \times 10\,101 = 737373;$$
$$21 \times 10\,101 = 212121.$$

Причина уясняется из следующей строки:

$$73 \times 10\,101 = 73\,(10\,000 + 100 + 1) = \left\{\begin{array}{r} 730000 \\ +7300 \\ 73 \\ \hline 737373 \end{array}\right.$$

Задача № 31

Можно ли проделывать с помощью этого числа фокусы необычайного отгадывания, как с помощью числа 1001?

Решение

Да, можно. Здесь возможно даже обставить фокус разнообразнее, если иметь в виду, что 10101 есть произведение четырех простых чисел:

$$10\,101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37.$$

Предложив товарищу задумать какое-нибудь двузначное число, вы предлагаете второму приписать к нему то же число, а третьему — приписать то же число еще раз. Четвертого вы просите разделить получившееся шестизначное число, например, на 7; пятый товарищ должен разделить полученное частное на 3; шестой делит то, что получилось, на 37, и наконец, — седьмой делит этот результат на 13, причем все 4 деления выполняются без остатка. Результат последнего деления вы просите передать первому товарищу: это и есть задуманное им число.

При повторении фокуса вы можете внести в него некоторое разнообразие, обращаясь каждый раз к новым делителям. А именно — вместо четырех множителей $3 \times 7 \times 13 \times 37$, можете взять следующие группы трех множителей $21 \times 13 \times 37$; $7 \times 39 \times 37$; $3 \times 91 \times 37$; $7 \times 13 \times 111$.

Число это — 10101 — пожалуй, даже удивительнее волшебного числа Шехеразады, хотя и менее его известно своими поразительными свойствами. О нем писалось, впрочем, еще двести лет тому назад в „Арифметике“ Магницкого, в главе, где приводятся примеры умножения „с некоим удивлением“. Тем с большим основанием должны мы включить его в наше собрание арифметических диковинок.

ЧИСЛО 10001

Задача № 32

С этим числом вы также можете проделать фокусы вроде предыдущих, хотя, пожалуй, и не столь эффектные. Дело в том, что оно представляет собою произведение только двух простых чисел: $10\,001 = 73 \times 137$.

Рис. 27. Другое число, пригодное для фокусов.

Как воспользоваться этим для выполнения арифметических действий „с удивлением“, читатель, надеюсь, после всего сказанного выше догадается сам.

ШЕСТЬ ЕДИНИЦ

В следующей витрине (рис. 28) мы видим новую диковинку арифметической кунсткамеры — число, состоящее из шести единиц. Благодаря знакомству с волшебными свойствами числа 1001, мы сразу соображаем, что $111\,111 = 111 \times \times 1001$.

Рис. 28. Число, пригодное для отгадывания.

Но $111 = 3 \times 37$, а $1001 = 7 \times 11 \times 13$. Отсюда следует, что наш новый числовой феномен, состоящий из одних лишь единиц, представляет собою произведение пяти простых множителей. Соединяя же эти 5 множителей в две группы на всевозможные лады, мы получаем 15 пар множителей, дающих в произведении одно и то же число 111 111:

$$
\begin{aligned}
3 \times \ (7 \times 11 \times 13 \times 37) &= 3 \times 37037 = 111\,111\\
7 \times \ (3 \times 11 \times 13 \times 37) &= 7 \times 15873 = 111\,111\\
11 \times \ (3 \times \ 7 \times 13 \times 37) &= 11 \times 10101 = 111\,111\\
13 \times \ (3 \times \ 7 \times 11 \times 37) &= 13 \times \ 8547 = 111\,111\\
37 \times \ (3 \times \ 7 \times 11 \times 13) &= 37 \times \ 3003 = 111\,111\\
(3 \times \ 7) \times (11 \times 13 \times 37) &= 21 \times \ 5291 = 111\,111\\
(3 \times 11) \times \ (7 \times 13 \times 37) &= 33 \times \ 3367 = 111\,111
\end{aligned}
$$

и т. д.

Вы можете, значит, засадить кружок из 15 товарищей за работу умножения, и хотя каждый будет перемножать другую пару чисел, все получат один и тот же оригинальный результат: 111 111.

Задача № 33

То же число 111 111 пригодно и для отгадывания задуманных чисел наподобие того, как выполняется это с помощью чисел 1001 и 10 101. В данном случае нужно предлагать задумать число о д н о з н а ч н о е, т. е. одну цифру, и повторить ее 6 раз. Делителями здесь могут служить пять простых чисел: 3, 7, 11, 13, 37 и получающиеся из них составные: 21, 33, 39 и т. д. Это дает возможность до крайности разнообразить выполнение фокуса. Как надо поступать в этих случаях, — предоставляю подумать читателю.

ЧИСЛОВЫЕ ПИРАМИДЫ

В следующих витринах галлереи нас поражают числовые достопримечательности совсем особого рода — некоторое подобие пирамид, составленных из чисел. Рассмотрим поближе первую из них (рис. 29).

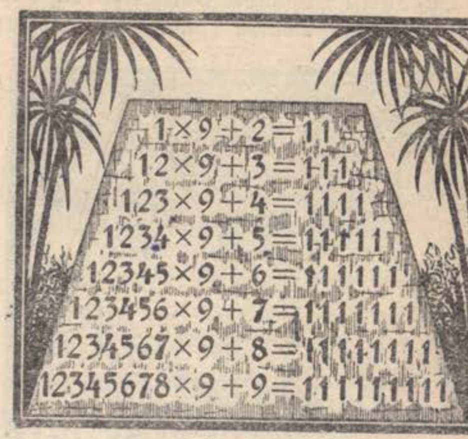


Рис. 29 Первая числовая пирамида.

Задача № 34

Как объяснить эти своеобразные результаты умножения?

Решение

Чтобы постичь эту странную закономерность, возьмем для примера какой-нибудь из средних рядов нашей числовой пирамиды: $123\,456 \times 9 + 7$. Вместо умножения на 9 можно умножить на $(10 - 1)$, приписать 0 и вычесть множимое:

$$123456 \times 9 + 7 = 1234560 + 7 - 123456 = \left\{ \begin{array}{r} -\ 1234567 \\ 123456 \\ \hline 1111111 \end{array} \right.$$

Достаточно взглянуть на последнее вычитание, чтобы понять, почему тут получается результат, состоящий только из одних единиц.

Мы можем уяснить себе это, исходя и из других рассуждений. Чтобы число вида 12345... превратилось в число вида 11111..., нужно из второй его цифры вычесть 1, из третьей — 2, из четвертой — 3, из пятой — 4 и т. д., — иначе говоря, вычесть из него то же число вида 12345..., лишенное своей последней цифры, т. е. вдесятеро уменьшенное и предварительно лишенное последней цифры. Теперь понятно, что для получения искомого результата нужно наше число умножить на 10, прибавить к нему следующую за последней цифру и вычесть из результата первоначальное число (а умножить на 10 и отнять множимое — значит умножить на 9).

Задача № 35

Сходным образом объясняется образование и следующей числовой пирамиды (рис. 30), получающейся при умножении определенного ряда цифр на 8 и прибавлении последовательно возрастающих цифр. Особенно интересна в пирамиде последняя строка, где в результате умножения на 8 и прибавления 9 происходит превращение полного натурального ряда цифр в такой же ряд, но с обратным расположением.

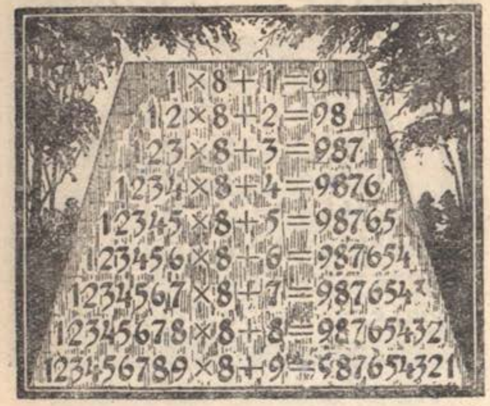


Рис. 30. Вторая числовая пирамида.

Попытайтесь объяснить эту особенность.

Решение

Получение странных результатов уясняется из следующей строки:

$$12345 \times 8 + 5 = \left\{ - \begin{matrix} 12345 \times 9 + 6 \\ 12345 \times 1 + 1 \end{matrix} \right\} = \left\{ - \begin{matrix} 111111^{1} \\ 12346, \end{matrix} \right.$$

то-есть $12345 \times 8 + 5 = 111111 - 12346$. Но, вычитая из числа 111111 число 12346, составленное из ряда возрастающих цифр, мы, как легко понять, должны получить ряд убывающих цифр 98765.

---

[1] Почему $12345 \times 9 + 6$ дает именно 111111, было показано при рассмотрении предыдущей числовой пирамиды.

Задача

Вот наконец третья числовая пирамида, также требующая объяснения (рис. 31).

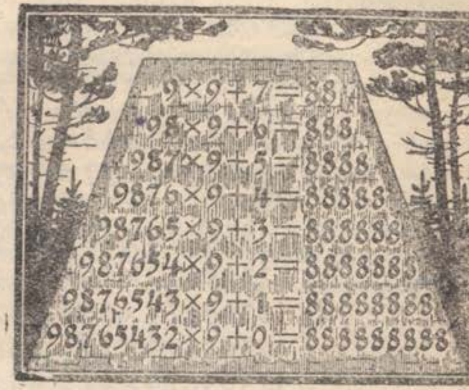


Рис. 31. Третья числовая пирамида.

Решение

Эта пирамида является прямым следствием первых двух. Связь устанавливается очень легко. Из **первой** пирамиды мы знаем уже, что, например:

$$12345 \times 9 + 6 = \\ = 111111.$$

Умножив обе части на 8, имеем:

$$(12345 \times 8 \times 9) \times (6 \times 8) = 888888.$$

Но из **второй** пирамиды известно, что

$$12345 \times 8 + 5 = 98765, \text{ или } 12345 \times 8 = 98760.$$

Значит:

$$888888 = (12345 \times 8 \times 9) + (6 \times 8) = (98760 \times 9) + 48 = \\ = (98760 \times 9) + (5 \times 9) + 3 = (98760 + 5) \times 9 + 3 = \\ = 98765 \times 9 + 3.$$

Вы убеждаетесь, что все эти числовые пирамиды не так уж загадочны, как кажутся с первого взгляда. Но многие считают их все же неразгаданными. Мне случилось как-то видеть их напечатанными в одной немецкой газете с припиской: „Причина такой поразительной закономерности никем еще до сих пор не была объяснена“...

ДЕВЯТЬ ОДИНАКОВЫХ ЦИФР

Задача № 37

Конечная строка первой из сейчас (рис. 29) рассмотренных „пирамид“:

$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Перельман Я.И. Занимательная геометрия. - [5-е изд.] - [Ленинград] : ОНТИ, [1935] (2-я тип. им. Е. Соколовой). - 300 с. : ил.

«Занимательная геометрия» написана как для друзей математики, так и для тех читателей, от которых почему-либо оказались скрытыми многие привлекательные стороны математики.

Еще больше эта книга предназначается для тех читателей, которые обучались (или сейчас обучаются) геометрии только у классной доски и поэтому не привыкли замечать знакомые геометрические отношения в окружающем нас мире вещей и явлений, не приучились пользоваться приобретенными геометрическими знаниями на практике, в затруднительных случаях жизни, в походе, в бивуачной или фронтовой обстановке.

Возбудить у читателя интерес к геометрии или, говоря словами автора, «внушить охоту и воспитать вкус к её изучению— прямая задача настоящей книги».

С этой целью автор выводит геометрию «из стен школьной комнаты на вольный воздух, в лес, поле, к реке, на дорогу, чтобы под открытым небом отдаться непринужденным геометрическим занятиям без учебника и таблиц...», привлекает внимание читателя к страницам Л. Н. Толстого, Жюля Верна, Джонатана Свифта и Марка Твена.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

МЕЖДУ ДЕЛОМ И ШУТКОЙ В ГЕОМЕТРИИ

„Вырыл Пахом поскорее ямку и повернул прямиком к шихану.

„Идет Пахом прямо на шихан, и тяжело уж ему стало. Отдохнуть хочется, а нельзя, — не поспеешь дойти до заката. А солнце уж недалеко от края.

„Идет так Пахом; трудно ему, а все прибавляет да прибавляет шагу. Шел, шел — все еще далеко; побежал рысью... Бежит Пахом, рубаха и портки от пота к телу липнут, во рту пересохло. В груди как меха кузнечные раздуваются, а сердце молотком бьет.

„Бежит Пахом из последних сил, а солнце уж к краю подходит. Вот-вот закатываться станет.

„Солнце близко, да и до места уж вовсе не далеко. Видит шапку лисью на земле и старшину, как он на земле сидит.

„Взглянул Пахом на солнце, а оно до земли дошло, уже краешком заходить стало. Наддал из последних сил Пахом, надулся, взбежал за шихан. Видит — шапка. Подкосились ноги, и упал он наперед руками, до шапки достал.

„ — Ай, молодец! — закричал старшина: — много земли завладел.

„Подбежал работник, хотел поднять его, а у него изо рта кровь течет, и он мертвый лежит..."

Задача Льва Толстого (№ 62)

Отвлечемся от мрачной развязки этой истории и остановимся на ее геометрической стороне. Можно ли установить по данным, рассеянным в этом рассказе, сколько примерно десятин земли обошел Пахом? Задача — на первый взгляд как будто невыполнимая — решается, однако, довольно просто.

Решение

Внимательно перечитывая рассказ и извлекая из него все геометрические указания, не трудно убедиться, что полученных данных вполне достаточно для исчерпывающего ответа на поставленный вопрос. Можно даже начертить план обойденного Пахомом земельного участка.

Прежде всего из рассказа ясно, что Пахом бежал по сторонам четыреугольника. О первой стороне его читаем:

„Верст пять прошел... Пройду еще верст пяток; тогда влево загибать“...

Значит, первая сторона четыреугольника имела в длину около 10 верст.

О второй стороне, составляющей прямой угол с первой, численных указаний в рассказе не сообщается.

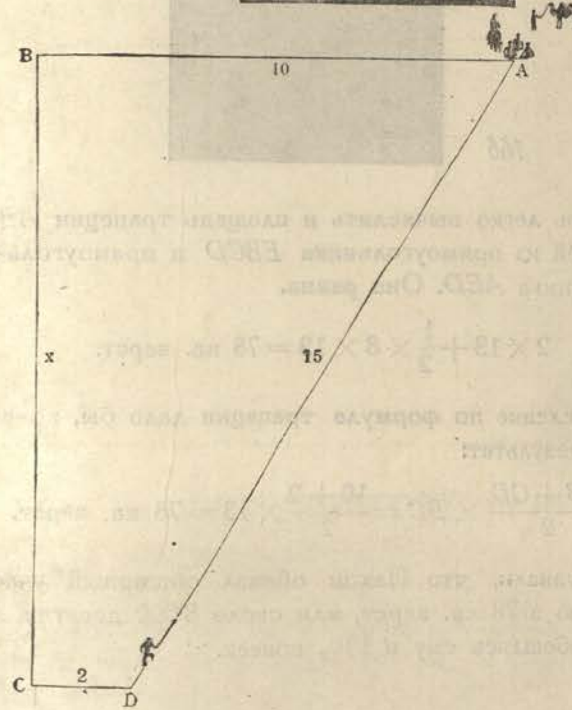
Длина третьей стороны — очевидно, перпендикулярной ко второй — указана в рассказе прямо: *„По третьей стороне всего версты две прошел“*.

Непосредственно дана и длина четвертой стороны *„До места все те же верст 15“*. [1]

По этим данным мы и можем начертить план обойденного Пахомом участка (рис. 165). В полученном четыреугольнике $ABCD$ сторона $AB = 10$ верстам; $CD = 2$ в.; $AD = 15$ в.; углы B и C — прямые. Длину x неизвестной стороны BC не трудно вычислить, если провести из D перпендикуляр DE на AB (рис. 166). Тогда в прямоугольном треугольнике AED нам известны катет $AE = 8$ верст и гипотенуза $AD = 15$ верст. Неизвестный катет $ED = \sqrt{15^2 - 8^2} = 13$ верст.

Итак, вторая сторона имела в длину около 13 верст.

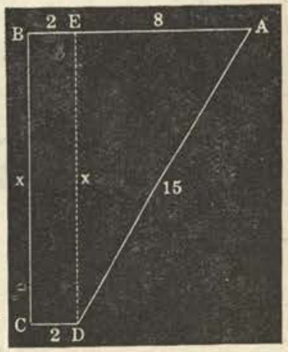
[1] Здесь непонятно, однако, как мог Пахом с такого расстояния различать людей на шихане.



165

Как видим, Пахом ошибся, считая вторую сторону короче первой.

Как видите, можно довольно точно начертить план того участка, который обежал Пахом. Несомненно Л. Н. Толстой имел перед глазами чертеж наподобие рис. 166, когда писал свой рассказ.



166

Теперь легко вычислить и площадь трапеции $ABCD$, состоящей из прямоугольника $EBCD$ и прямоугольного треугольника AED. Она равна.

$$2 \times 13 + \frac{1}{2} \times 8 \times 13 = 78 \text{ кв. верст.}$$

Вычисление по формуле трапеции дало бы, конечно, тот же результат:

$$\frac{AB + CD}{2} \times BC = \frac{10 + 2}{2} \times 13 = 78 \text{ кв. верст.}$$

Мы узнали, что Пахом обежал обширный участок площадью в 78 кв. верст, или около 8 000 десятин. Десятина обошлась ему в $12^1/_2$ копеек.

ТРАПЕЦИЯ ИЛИ ПРЯМОУГОЛЬНИК?

Задача № 63

В роковой для своей жизни день Пахом прошел $10 + 13 + 2 + 15 = 40$ верст, идя по сторонам трапеции. Его первоначальным намерением было итти по сторонам прямоугольника; трапеция же получилась случайно, в ре-

зультате плохого расчета. Интересно определить: выгадал ли он, или прогадал от того, что участок его оказался не прямоугольником, а трапецией? В каком случае должен он был получить бо́льшую площадь земли?

Решение

Прямоугольников с обводом в 40 верст может быть очень много, и каждый имеет другую площадь. Вот ряд примеров:

$14 \times 6 = 84$ кв. верст
$13 \times 7 = 91$ „ „
$12 \times 8 = 96$ „ „
$11 \times 9 = 99$ „ „

Мы видим, что у всех этих фигур, при одном и том же периметре в 40 верст, площадь больше, чем у нашей трапеции. Однако, возможны и такие прямоугольники с периметром в 40 верст, площадь которых меньше, чем у трапеции;

$18 \times 2 = 36$ кв. верст
$19 \times 1 = 19$ „ „
$19^1/_2 \times {}^1/_2 = 9^3/_4$ „ „

Следовательно, на вопрос задачи нельзя дать определенного ответа. Есть прямоугольники с большею площадью, чем трапеция, но есть и с меньшею, при одном и том же обводе. Зато можно дать вполне определенный ответ на вопрос: какая из всех прямоугольных фигур с заданным периметром заключает самую большую площадь? Сравнивая наши прямоугольники, мы замечаем, что чем меньше разница в длине сторон, тем площадь прямоугольника больше. Естественно заключить, что когда этой разницы не будет вовсе, т. е. когда прямоугольник превратится в квадрат, площадь фигуры достигнет наибольшей величины. Она будет равна тогда $10 \times 10 =$ 100 кв. верст. Легко видеть, что этот квадрат действительно превосходит по площади любой прямоугольник одинакового с ним периметра. Пахому следовало итти по сторонам квадрата, чтобы получить участок наибольшей площади, — на 22 кв. версты больше, чем он успел охватить.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО КВАДРАТА

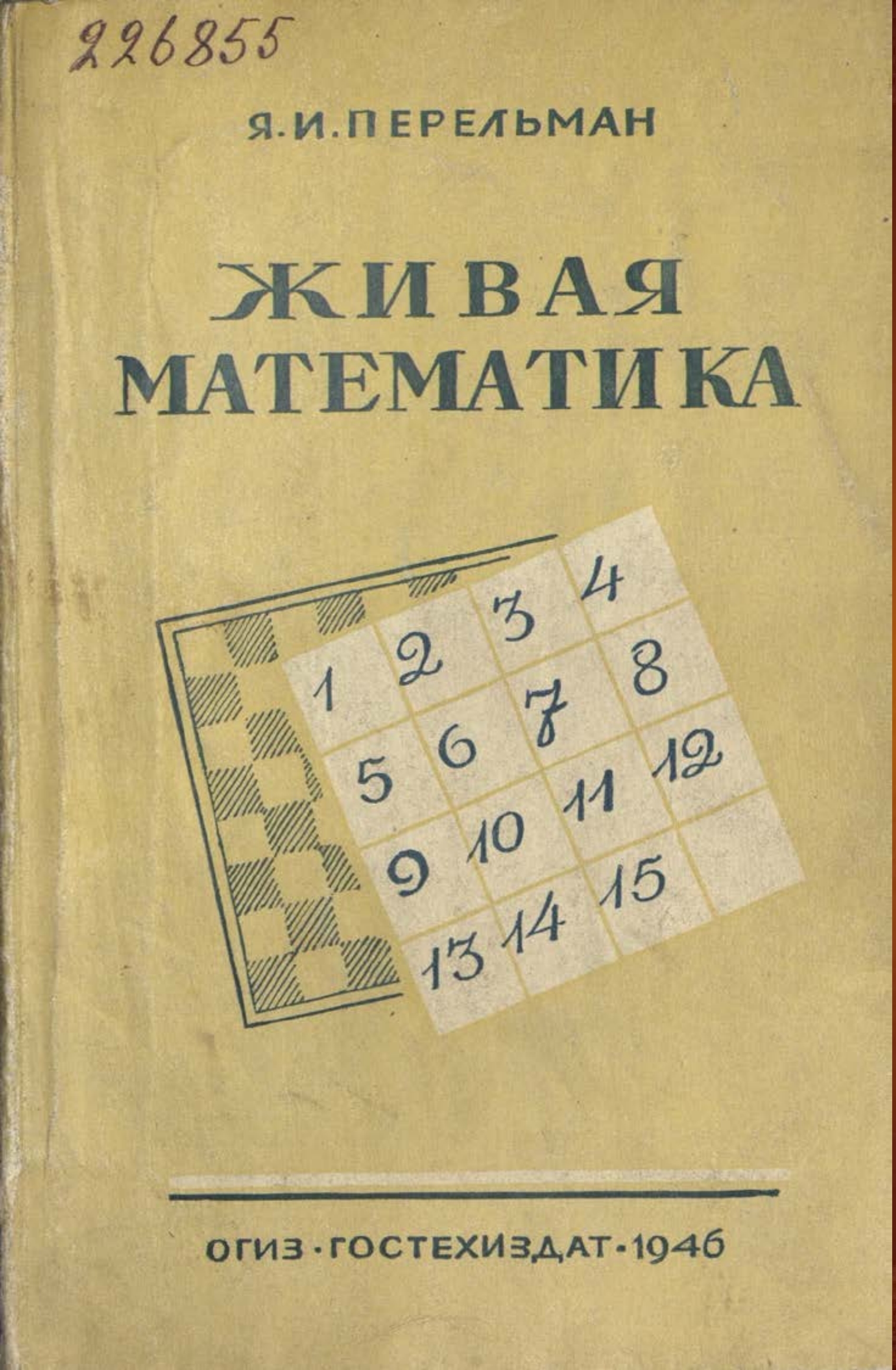
Замечательное свойство квадрата — заключать в своих границах наибольшую площадь по сравнению со всеми другими прямоугольниками того же периметра — многим неизвестно. Приведем поэтому строгое доказательство этого положения.

Обозначим периметр прямоугольной фигуры через P. Если взять квадрат с таким периметром, то каждая сторона его должна равняться $\frac{P}{4}$. Докажем, что, укорачивая одну его сторону на какую-нибудь величину b, при таком же удлинении смежной стороны, мы получим прямоугольник строго одинакового с ним периметра, но меньшей площади. Другими словами, докажем, что площадь $\left(\frac{P}{4}\right)^2$ квадрата больше площади $\left(\frac{P}{4}-b\right)\left(\frac{P}{4}+b\right)$ прямоугольника:

$$\left(\frac{P}{4}\right)^2 > \left(\frac{P}{4}-b\right)\left(\frac{P}{4}+b\right).$$

Так как правая сторона этого неравенства равна $\left(\frac{P}{4}\right)^2 - b^2$, то все выражение принимает вид

$$0 > -b^2, \text{ или } b^2 > 0.$$



Перельман Я. И. Живая математика : Мат. рассказы и головоломки. - 2-е изд. - Москва ; Ленинград : Гостехиздат, 1946. - 184 с. : ил.

«Живая математика» принадлежит к числу наиболее доступных из известного цикла книг автора, посвященных занимательным вопросам математики. Здесь собраны разнообразные математические головоломки, из которых многие облечены в форму маленьких рассказов.

По словам самого Я. И. Перельмана «для чтения этой книги достаточна самая скромная математическая подготовка: знание правил арифметики и элементарные сведения из геометрии. Лишь незначительная часть задач требует уменья составлять и решать простейшие уравнения».

Книга рассчитана на подростков — учащихся средней школы, школ рабочей молодежи и на взрослых, ищущих разумных и полезных развлечений в часы отдыха.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Стр.

ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ.

ТРИДЦАТЬ РАЗНЫХ ЗАДАЧ.

Я надеюсь, что знакомство с этой книжкой не прошло для читателя бесследно, что оно не только развлекло его, но и принесло известную пользу, развив его сметливость, находчивость; научив более умело распоряжаться своими

Рис. 135.

знаниями. Читатель, вероятно, и сам желал бы теперь испытать на чём-нибудь свою сообразительность. Для этой цели и предназначаются те три десятка разнородных задач, которые собраны здесь, в последней главе нашей книжки.

102. Цепь. Кузнецу принесли 5 обрывков цепи, по 3 звена в каждом обрывке, и заказали соединить их в одну цепь.

Прежде чем приняться за дело, кузнец стал думать, сколько колец понадобится для этого раскрыть и вновь заковать. Он решил, что придётся раскрыть и снова заковать четыре кольца.

Нельзя ли, однако, выполнить работу, раскрыв и заковав меньше колец?

103. Пауки и жуки. Пионер собрал в коробку пауков и жуков—всего 8 штук. Если пересчитать, сколько всех ног в коробке, то окажется 54 ноги.

Сколько же в коробке пауков и сколько жуков?

104. Плащ, шляпа и галоши. Некто купил плащ, шляпу и галоши и заплатил за всё 140 руб. Плащ стоит на 90 руб. больше, чем шляпа, а шляпа и плащ вместе на 120 руб. больше, чем галоши. Сколько стоит каждая вещь в отдельности?

Задачу требуется решить устным счётом, без уравнений.

Рис. 136.

105. Куриные и утиные яйца. Корзины на рис. 136 содержат яйца; в одних корзинах куриные яйца, в других—утиные. Число их обозначено на каждой корзине. «Если я продам вот эту корзину,—размышляет продавец,—то у меня останется куриных яиц ровно вдвое больше, чем утиных.»

Какую корзину имел в виду продавец?

106. Перелёт. Самолёт покрывает расстояние от города A до города B в 1 ч. 20 м. Однако, обратный перелёт он совершает в 80 мин. Как вы это объясните?

107. Денежные подарки. Двое отцов подарили сыновьям деньги. Один дал своему сыну 150 руб., а другой своему—100 руб. Оказалось, однако, что оба сына вместе увеличили свои капиталы только на 150 рублей. Чем это объяснить?

108. Две шашки. На пустую шашечную доску надо поместить две различные шашки. Сколько различных положений могут они занимать на доске?

109. Двумя цифрами. Какое наименьшее целое положительное число можете вы написать двумя цифрами?

110. Единица. Выразите 1, употребив все десять цифр.

111. Пятью девятками. Выразите 10 пятью девятками. Укажите, по крайней мере, два способа.

112. Десятью цифрами. Выразите 100, употребив все десять цифр. Сколькими способами можете вы это сделать? Существует не меньше четырёх способов.

113. Четырьмя способами. Четырьмя различными способами выразите 100 пятью одинаковыми цифрами.

114. Четырьмя единицами. Какое самое большое число можете вы написать четырьмя единицами?

115. Загадочное деление. В следующем примере деления все цифры заменены звёздочками, кроме четырёх четвёрок. Поставьте вместо звёздочек те цифры, которые были заменены.

```
******4 | ***
 ***    |-----
-----   | *4**
 **4*
 ****
 -----
  ****
   *4*
  -----
   ****
   ****
   -----
```

Задача эта имеет несколько различных решений.

116. Ещё случай деления. Сделайте то же с другим примером, в котором уцелело только семь семёрок:

```
**7****** | ****7*
******    |-------
-------   | **7**
*****7*
*******
--------
 *7****
 *7****
 -------
  *******
  ****7**
  --------
   ******
   ******
   -------
```

128. В шесть рядов. Вам известен, вероятно, шуточный рассказ о том, как девять лошадей расставлены были по десяти стойлам и в каждом стойле оказалась одна лошадь. Задача, которая сейчас будет предложена, по внешности сходна с этой знаменитой шуткой, но имеет не воображаемое, а вполне реальное решение. Она состоит в следующем:

Расставить 24 человека в 6 рядов так, чтобы каждый ряд состоял из 5 человек.

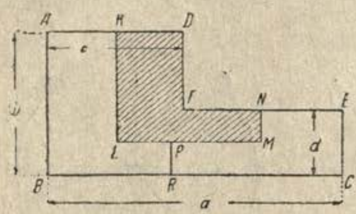


Рис. 142.

129. Как разделить? Известна задача: разделить уголок (прямоугольник, из которого удалена четвёртая часть) на четыре равные части. Попробуйте разделить такую же фигуру (уголок) на три части по рис. 142 так, чтобы полученные части были равны. Возможно ли решение этой задачи?

130. Крест и полумесяц. На рис. 143 изображена фигура полумесяца*), составленная двумя дугами окружностей. Требуется начертить знак Красного креста, площадь которого геометрически точно равнялась бы площади полумесяца.

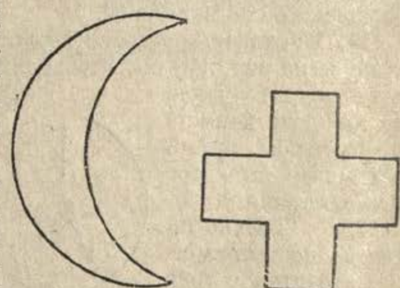


Рис. 143.

131. Задача Бенедиктова. Многие любители русской литературы не подозревают, что поэт В. Г. Б е н е д и к т о в является автором первого на русском языке сборника математических головоломок. Сборник этот не был издан; он остался в виде рукописи и был разыскан лишь в 1924 г. Я имел возможность ознакомиться с этой рукописью и даже установил на основании одной из головоло-

*) Строго говоря, это не полумесяц (полумесяц имеет форму полукруга), а лунный с е р п.

мок год, когда она была составлена: 1869 (на рукописи год не обозначен). Предлагаемая далее задача, обработанная поэтом в беллетристической форме, заимствована мною из этого сборника. Она озаглавлена «Хитрое разрешение мудрёной задачи».

«Одна баба, торговавшая яйцами, имея у себя к продаже девять десятков яиц, отправила на рынок трёх дочерей своих и, вверив старшей и самой смышлёной из них десяток, поручила другой три десятка, а третьей полсотни. При этом она сказала им:

— Условьтесь наперёд между собой насчёт цены, по которой вы продавать будете, и от этого условия не отступайте; все вы крепко держитесь одной и той же цены; но я надеюсь, что старшая дочь моя, по своей смышлёности, даже и при общем между вами условии, по какой цене продавать, сумеет выручить столько за свой десяток, сколько вторая выручит за три десятка; да научит и вторую сестру выручить за её три десятка столько же, сколько младшая за полсотни. Пусть выручки всех троих да цены будут одинаковы. Притом я желала бы, чтобы вы продали все яйца так, чтобы пришлось круглым счётом не меньше 10 коп. за десяток, а за все 9 десятков — не меньше 90 коп., или 30 алтын.»

На этом я прерываю пока рассказ Бенедиктова, чтобы предоставить читателям самостоятельно догадаться, как выполнили девушки данное им поручение.

РЕШЕНИЯ ГОЛОВОЛОМОК 102—131.

102. Можно выполнить требуемую работу, раскрыв только т р и звена. Для этого надо освободить звенья одного обрывка и соединить ими концы остальных четырёх обрывков.

103. Чтобы решить эту задачу, нужно прежде всего припомнить из естественной истории, сколько ног у жуков и сколько у пауков: у жука 6 ног, у паука — 8.

Зная это, предположим, что в коробке были одни только жуки, числом 8 штук. Тогда всех ног было бы $6 \times 8 = 48$, на 6 меньше, чем указано в задаче. Заменим теперь одного жука пауком. От этого число ног увеличится на 2, потому что у паука не 6 ног, а 8.

Ясно, что если мы сделаем три такие замены, мы доведём общее число ног в коробке до требуемых 54. Но тогда

Книги Я. И. Перельмана в Интернет-ресурсах:

Яков Исидорович Перельман // Универсальная библиотека, портал создателей электронных книг, авторов произведений и переводов. – URL: http://publ.lib.ru/ARCHIVES/P/PEREL%27MAN_Yakov_Isidorovich/_Perel'man_Ya.I..html

ЯКОВ ПЕРЕЛЬМАН // ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА PROFILIB. – URL: https://profilib.com/avtor/yakov-perelman.php

Перельман Яков Исидорович // Книги онлайн. - URL: http://online-knigi.com/author/3311/perelman-yakov-isidorovich